

1. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

- ① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$
② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$
③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$
④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면
다른 한 근은 $1-i$ 이다.
 $\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$
주어진 조건에 맞는 방정식:
 $(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$
 $\therefore$ ①이 조건에 맞다

2. 사차방정식 $x^4 + x^3 - x^2 - 7x - 6 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

-1

11-1-7-6

-1016

2

10-1-6

246

1230

$(x+1)(x-2)(x^2+2x+3)=0$

$x^2+2x+3=0$ 의 두 근이 허근이므로

$(D<0)\alpha+\beta=-2$

3. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + (a+1)x^2 + 2ax + a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 양수 a 의 값과 그 때의 중근 α 의 값의 합 $a + \alpha$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

조립제법을 이용한다 $f(-1) = 0$ 이므로

-1	1	$a+1$	$2a$	a
		-1	$-a$	$-a$
	1	a	a	0

$\Rightarrow (x+1)(x^2 + ax + a) = 0$
 $x^2 + ax + a = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면 0이 아니므로
 $x^2 + ax + a$ 가 중근을 갖는다.
 중근일 조건 : 판별식 = 0
 $\therefore a^2 - 4a = 0$
 $a(a-4) = 0 \Rightarrow a = 0$ 또는 $a = 4$
 $\therefore$ 양수 $a = 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0(x+2)^2 = 0$
 $\Rightarrow$ 중근 $\alpha = -2 \Rightarrow a + \alpha = 2$

4. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x=-1, 1, 2$$

$$\therefore -1+1+2=2$$

5. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$\begin{aligned}x^3 + 3x^2 - x - 3 &= 0, \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0, \\x^3 - 4x^2 + 5x - 2 &= 0\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

제 1 식에서 $(x - 1)(x + 1)(x + 3) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -3$

제 2 식에서 $(x - 1)(x + 1)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -2$

제 3 식에서 $(x - 1)^2(x - 2) = 0$

$\therefore 1, 2$

$\therefore$ 공통근 : $x = 1$

6. 방정식 $x^6 - 1 = 0$ 의 해가 아닌 것은?

① -1

② 1

③ $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$

해설

$$x^6 - 1 = (x^3 + 1)(x^3 - 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1, 1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

7. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$x^4 = 16$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 16 = 0$ 에서
 $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$
 $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$
 $\therefore x = \pm 2$ 또는 $x = \pm 2i$
 $\therefore$ 모든 해의 합은 $(-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$

8. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, x^{180} 의 값을 구하면?

- ① 180 ② -180 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 양변에

$(x + 1)$ 을 곱하면, $x^3 + 1 = 0$

$x^3 = -1 \Rightarrow x^{180} = (x^3)^{60} = (-1)^{60} = 1$

9. 허수 w 가 $\omega^3 = 1$ 을 만족할 때, $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} w^3 = 1 &\Rightarrow (\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0 \\ &\Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 \\ = \omega + \omega^2 + 1 + \omega + \omega^2 \\ = (\omega^2 + \omega + 1) + \omega^2 + \omega = -1 \end{aligned}$$

10. 방정식 $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 w 라 할 때, $1 - 2w + 3w^2 - 4w^3 + 3w^4 - 2w^5$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -4

해설

방정식 $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근이 ω 일 때
 $\omega^3 = 1$, $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 이므로
 $1 - 2\omega + 3\omega^2 - 4 \cdot 1 + 3\omega^3 \cdot \omega - 2\omega^3 \cdot \omega^2$
 $= 1 - 2\omega + 3\omega^2 - 4 + 3\omega - 2\omega^2$
 $= \omega^2 + \omega + 1 - 4 = -4$
 $\therefore -4$

11. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 w 라고 할 때, $\frac{w^{102} + w^{101}}{w^{100}} + \frac{w^{99}}{w^{101} + w^{100}}$ 을 계산하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} x^3 &= 1 \Rightarrow \omega^3 = 1 \\ (x-1)(x^2+x+1) &= 0 \\ \Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 &= 0, \omega^2 + \omega = -1 \\ \frac{\omega^{102} + \omega^{101}}{\omega^{100}} + \frac{\omega^{99}}{\omega^{101} + \omega^{100}} \\ &= \frac{\omega^2 + \omega}{1} + \frac{1}{\omega^2 + \omega} \\ &= -1 - 1 = -2 \end{aligned}$$