

1. a, b 의 최대공약수가 36일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 16은 a, b 의 공약수이다.
- ㉡ 1, 2, 36은 a, b 의 공약수이다.
- ㉢ a, b 의 공약수는 모두 10개이다.
- ㉣ a, b 의 공약수는 모두 72의 약수이다.

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b 의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.

- ㉠. 16은 a, b 의 공약수가 아니다.
- ㉢. a, b 의 공약수는 9개이다.

2. 두 수 30, 75의 공약수가 x 의 약수라 할 때, x 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

구하고자 하는 x 는 30과 75의 최대공약수와 같다.

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이므로

30과 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$\therefore x = 15$

3. 수직선 위의 두 점 $A\left(-\frac{5}{12}\right)$, B 가 있다. 두 점의 중점 $M\left(-\frac{1}{24}\right)$ 과 두 점을 1:2로 내분하는 P 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{8}$

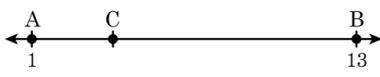
해설

$$\frac{A+B}{2} = M \text{ 이므로, } -\frac{5}{12} + B = -\frac{1}{12}, B = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$-\frac{5}{12}$ 와 $\frac{1}{3}$ 를 1:2로 내분하는 점 $P = -\frac{2}{12} = -\frac{1}{6}$ 이다.

따라서 M 과 P 의 거리는 $-\frac{1}{24} - \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{8}$ 이다.

4. 수직선 위의 두 점 A, B 사이의 거리를 1 : 3 으로 나누는 점을 C 라 할 때, C 가 나타내는 수는?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 점 A, B 사이의 거리는 12 이고 점 A 와 점 C 까지의 거리는 점 A 와 점 B 사이의 거리의 $\frac{1}{4}$ 이므로 $12 \times \frac{1}{4} = 3$ 이다.

$$\therefore C = 1 + 3 = 4$$

5. $(-2) \times (-3^2) \div 6$ 을 바르게 계산한 것을 고르면?

- ① -2 ② 3 ③ -3 ④ 2 ⑤ -1

해설

$$(\text{준식}) = (-2) \times (-9) \div 6 = 18 \div 6 = 3$$

6. $(-1)^2 \times (-6) \times (-2) \div (-3)$ 을 계산하면?

- ① -36 ② -4 ③ 1 ④ 4 ⑤ 36

해설

$$(\text{준식}) = 1 \times (-6) \times (-2) \div (-3) = -4$$

7. $\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \cdots \times \left(-\frac{49}{50}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{49}{2}$ ② $-\frac{1}{49}$ ③ $\frac{1}{49}$ ④ $-\frac{1}{50}$ ⑤ $\frac{1}{50}$

해설

$\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \cdots \times \left(-\frac{49}{50}\right)$ 에서

각 수의 분모와 바로 뒤에 곱해진 수의 분자가 같으므로 서로 약분된다. 이러한 방식으로 계속 약분하면 맨 앞의 수의 분자와 맨 뒤의 수의 분모만 남게 되므로 $\frac{1}{50}$ 만 남는다. 또한 음수가 49 번 곱해졌으므로 곱해진 결과는 음수이다.

따라서 계산한 결과는 $-\frac{1}{50}$ 이다.

8. $(-1) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right) \times \cdots \times \left(-\frac{17}{19}\right)$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{19}$

② $-\frac{1}{19}$

③ 19

④ -19

⑤ $-\frac{1}{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \cdots \times 19}$

해설

$$\begin{aligned} & (-1) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right) \times \cdots \times \left(-\frac{17}{19}\right) \\ &= \left(1 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \times \frac{7}{9} \times \cdots \times \frac{17}{19}\right) \\ &= \frac{1}{19} \end{aligned}$$

9. 다음 계산 결과를 크기가 작은 순서대로 써라.

$$\textcircled{㉠} (-8) - 2^2 \times (-1)^3$$

$$\textcircled{㉡} (-2) + (-3)^2 \div (-1)$$

$$\textcircled{㉢} 12 \div (-2)^2 - 4$$

$$\textcircled{㉣} 7 + (-3) \times (-2)$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

해설

$$\textcircled{㉠} (-8) - 2^2 \times (-1)^3 = -4$$

$$\textcircled{㉡} (-2) + (-3)^2 \div (-1) = -11$$

$$\textcircled{㉢} 12 \div (-2)^2 - 4 = -1$$

$$\textcircled{㉣} 7 + (-3) \times (-2) = 13$$

10. 다음 중 계산이 옳지 않은 것은?

① $(-3)^2 - (-3) = 12$

② $-3^2 - (-3) = -6$

③ $-3 - (-3)^2 = -12$

④ $-3^2 + (-3) = -6$

⑤ $(-2)^2 - (-4) = 8$

해설

④ $-3^2 + (-3) = -9 + (-3) = -12$

11. $2.4 \times a = 1$, $-6\frac{1}{4} \times b = 1$ 일 때, $a \div \frac{1}{b}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $-\frac{125}{48}$ ④ -15 ⑤ 15

해설

$2.4 \times a = 1$ 에서 a 는 2.4 의 역수이다.

$$2.4 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} \therefore a = \frac{5}{12}$$

$-6\frac{1}{4} \times b = 1$ 에서 b 는 $-6\frac{1}{4}$ 의 역수이다.

$$-6\frac{1}{4} = -\frac{25}{4} \therefore b = -\frac{4}{25}$$

$$\begin{aligned} \therefore a \div \frac{1}{b} &= a \times b = \frac{5}{12} \times \left(-\frac{4}{25}\right) \\ &= -\left(\frac{5}{12} \times \frac{4}{25}\right) = -\frac{1}{15} \end{aligned}$$

12. $\frac{4}{3} \div A = -2$ 일 때, A 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{8}{3}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{8}$

해설

$$\frac{4}{3} = A \times (-2), A = -\frac{2}{3}$$

13. $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times \left\{\square^2 \div \left(\frac{5}{3} - \frac{10}{7}\right)\right\} = \frac{3}{5} \div 7$ 에서 \square 안에 알맞은 수를 모두 구하여라.

- ① $-\frac{7}{3}$ ② $-\frac{3}{7}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} \times \left\{\square^2 \div \left(\frac{5}{3}\right)\right\} &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \\ \square^2 \div \left(\frac{5}{21}\right) &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \times 9 \\ \square^2 &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \times 9 \times \frac{5}{21} = \frac{9}{49} \\ \therefore \square &= +\frac{3}{7}, -\frac{3}{7} \end{aligned}$$

14. 안에 알맞은 수는 ?

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{9}{4} \div \boxed{} = \frac{1}{9}$$

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{18}{4}$ ③ 6 ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ 9

해설

$$\frac{4}{9} \times \frac{9}{4} \times \boxed{} = \frac{1}{9}, \quad \boxed{} = \frac{1}{9}$$

$$\boxed{} = 9$$

15. 가로 12 cm, 세로 16 cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 변의 길이가 2m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답: 192 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12와 16의 공배수 중 200보다 작은 자연수이다. 12와 16의 최소공배수는 48이고, 48의 배수 중 200보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192 cm 이다.

16. 가로 길이가 16 cm, 세로 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \ 20} \\ \underline{4 \ 5} \end{array}$$

17. $(x-a) : (y-b) = x : y$ 이고, $a : b = 1 : 2$ 일 때, x, y 의 최소공배수가 50 인 두 자리 자연수 x, y 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 25$

▷ 정답 : $y = 50$

해설

$$(x-a) : (y-b) = x : y$$

$$\rightarrow x \times (y-b) = y \times (x-a)$$

$$\rightarrow b \times x = a \times y,$$

$$a : b = 1 : 2$$

$$\rightarrow b = 2a$$

따라서, $2x = y$ 이고 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로

$x = 25, y = 50$ 이다.

18. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 600 ③ 300 ④ 150 ⑤ 75

해설

$$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a} \text{가 제곱수이어야 하므로}$$

$a = 2 \times 3 \times p^2$ (p 는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6 \text{일 때,}$$

$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$

$$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24 \text{일 때,}$$

$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$

$$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150 \text{일 때,}$$

$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

$$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600 \text{일 때,}$$

$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$

$$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600 \text{이므로}$$

$$\frac{a}{b} \text{의 값 중 두 번째로 큰 값은 } \frac{150}{2} = 75$$

19. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100를 4로 나누면 25이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1이다.

20. 옛날부터 우리나라에는 십간(☉☉)과 십이지(☉☉☉)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
갑	을	병	정	무	기	경	
신	유	술	해	자	축	인	
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인	
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	

- ① 1830년 ② 1890년 ③ 1950년
 ④ 2070년 ⑤ 2110년

해설
 십간(☉☉)의 10 가지와 십이지(☉☉☉)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010년이 경인년이면 1830년, 1890년, 1950년, 2070년도 경인년이다.

21. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

22. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$

② $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$

③ $\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$

④ $\frac{1}{2^2 \times 3^2}$

⑤ $\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

23. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2,$$

$\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

24. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024 ② 1280 ③ 1440 ④ 1680 ⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서 n 은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수 n 은 1680 이다.

25. $\frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{21 \times 23 \times 25}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{143}{1725}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{A \times B \times C} &= \frac{1}{C-A} \left(\frac{1}{A \times B} - \frac{1}{B \times C} \right) \text{ 이므로,} \\ \frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{21 \times 23 \times 25} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} \right) + \\ &\frac{1}{4} \left(\frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} \right) + \cdots + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{21 \times 23} - \frac{1}{23 \times 25} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{575} \right) \\ &= \frac{143}{1725} \end{aligned}$$

26. $a, -\frac{7}{5}, \frac{10}{7}, 2.5$ 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값 중에서 가장 큰 수가 14 이고, 가장 작은 수가 $-\frac{100}{7}$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것을 골라라.

- ① $\frac{98}{25}$ ② $\frac{24.5}{100}$ ③ -2 ④ $-\frac{98}{25}$ ⑤ -4

해설

세 수를 뽑을 수 있는 모든 경우를 순서쌍 (a, b, c) 로 나타내 보면,

$$\left(-\frac{7}{5}, \frac{10}{7}, 2.5\right), \quad \left(-\frac{7}{5}, 2.5, a\right), \quad \left(-\frac{7}{5}, \frac{10}{7}, a\right), \\ \left(\frac{10}{7}, 2.5, a\right) \text{ 이 있다.}$$

이 때, 각각의 경우에 대하여 $a \times b \times c$ 를 구해보면 다음과 같다.

$$\left(-\frac{7}{5}, \frac{10}{7}, 2.5\right) \text{ 일 때, } \left(-\frac{7}{5}\right) \times \frac{10}{7} \times 2.5 = -5 \text{ 이다.}$$

$$\left(-\frac{7}{5}, 2.5, a\right) \text{ 일 때, } \left(-\frac{7}{5}\right) \times 2.5 \times a = -3.5 \times a \text{ 이다.}$$

$$\left(-\frac{7}{5}, \frac{10}{7}, a\right) \text{ 일 때, } \left(-\frac{7}{5}\right) \times \frac{10}{7} \times a = -2 \times a \text{ 이다.}$$

$$\left(\frac{10}{7}, 2.5, a\right) \text{ 일 때, } \left(\frac{10}{7}\right) \times 2.5 \times a = \frac{25}{7} \times a \text{ 이다.}$$

i) $a < 0$ 이라면

최댓값은 $-3.5 \times a$ 이고, 최솟값은 $\frac{25}{7} \times a$ 이다.

$$-3.5 \times a = 14 \therefore a = -4$$

$$\frac{25}{7} \times a = -\frac{100}{7} \therefore a = -4$$

ii) $a > 0$ 이라면

최댓값은 $\frac{25}{7} \times a$ 이고, 최솟값은 $-5 \neq -\frac{100}{7}$ 이므로 $-3.5 \times a$ 이다.

$$\frac{25}{7} \times a = 14 \therefore a = \frac{98}{25}$$

$$-3.5 \times a = -\frac{100}{7} \therefore a = \frac{24.5}{100}$$

$\frac{98}{25} \neq \frac{24.5}{100}$ 이므로 $a > 0$ 이 아니다.

따라서 $a = -4$ 이다.