

1.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은?(단,  $a$ 는 상수)

① -3      ② -2      ③ -1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$x^2 + 3ax - 2a = 0$ 에  $x = 1$ 을 대입하면

$$1 + 3a - 2a = 0, a = -1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

2. 다음 이차방정식  $2x^2 - 4x + k = 0$  에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠  $k = 2$  이면  $x = 1$  인 증거를 갖는다.  
 ㉡  $k = 0$  이면 두 근의 곱은 0 이다.  
 ㉢  $k = -6$  이면 두 근의 합은 2 이다.  
 ㉣  $k < 2$  이면 근이 없다.

- ① ㉠, ㉡                      ② ㉠, ㉡, ㉢                      ③ ㉠, ㉡  
 ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣                      ⑤ ㉡

**해설**

㉠  $k = 2$  일 때  $2x^2 - 4x + 2 = 0$   
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$  (증거)  
 ㉡  $k = 0$  일 때  $2x^2 - 4x = 0$   
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$  이므로 두 근의 곱은 0  
 ㉢  $k = -6$  일 때  $2x^2 - 4x - 6 = 0$   
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$   
 $x = 3, -1$  이므로 두 근의 합은 2  
 ㉣  $D/4 = 4 - 2k$  에서  $4 - 2k > 0$   
 $k < 2$  일 때 서로 다른 두 근을 가진다.  
 $\therefore$  옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

3. 두 자연수  $a, b$  가  $(a+b)(a+b-6)-7=0$  을 만족할 때,  $a+b$  의 값은?

① 1      ② 7      ③ 8      ④ -1, 7      ⑤ -7, 1

해설

$$(a+b)(a+b-6)-7=0$$

$a+b=A$  로 치환하면

$$A(A-6)-7=0$$

$$A^2-6A-7=0$$

$$(A-7)(A+1)=0$$

$\therefore A=a+b=7$  ( $\because a, b$ 는 자연수)

4. 이차방정식  $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$  의 한 근을  $-5$  라 할 때, 다른 한 근은?

- ① 4.5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

한 근  $x = -5$  를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

따라서 주어진 방정식은  $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$

양변에 10 을 곱하고 정리하면  $x^2 - 4x - 45 = 0$

$$(x+5)(x-9) = 0$$

$x = -5$  또는  $x = 9$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

5. 이차방정식  $5(2a-3)x^2 - 5(4a^2-9)x - 4(2a+3) = 0$  의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단,  $a$  는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$5(2a-3)x^2 - 5(4a^2-9)x - 4(2a+3) = 0$  의 한 근이 1 이므로  
 $5(2a-3) \times 1 - 5(4a^2-9) \times 1 - 4(2a+3) = 0$  ,  
 $10a - 15 - 20a^2 + 45 - 8a - 12 = 0$  ,  
 $-20a^2 + 2a + 18 = 0$  ,  $20a^2 - 2a - 18 = 0$  ,  $(20a+18)(a-1) = 0$   
,  
 $a$  는 정수이므로  $a = 1$  ,  
 $-5x^2 + 25x - 20 = 0$  ,  $x^2 - 5x + 4 = 0$  ,  $(x-1)(x-4) = 0$  ,  
 $x = 1$  또는  $x = 4$  ,  
따라서 다른 한 근은 4 이다.

6. 이차방정식  $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이  $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근은?

- ①  $-\frac{5}{2}$     ②  $-\frac{3}{2}$     ③ 1    ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

두 근의 합은 1이다.

$$3x^2 - 5x + a = 0 \text{ 에 } x = 1 \text{ 을 대입하면}$$

$$3 - 5 + a = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0, (x - 1)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

7. 이차방정식  $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$  이 중근을 가질 때, 양수  $k$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = \left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

따라서  $k = 5$  또는  $k = -1$  이다.

8. 다음은 이차방정식  $ax^2 + 2bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단,  $b^2 - ac \geq 0$ )

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ①  $\frac{b^2}{a^2}$                       ②  $\frac{b}{a}$                       ③  $\frac{b^2 - ac}{a^2}$   
 ④  $-\frac{b}{a}$                       ⑤  $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을  $a$ 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에  $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

9. 놀이동산의 입장 요금을  $x\%$  인상하면 입장객은  $0.8x\%$  줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이  $10\%$  가 줄어들 때의 요금 인상률은?

- ①  $40\%$     ②  $45\%$     ③  $50\%$     ④  $55\%$     ⑤  $60\%$

**해설**

인상 전의 입장요금을  $A$  원, 입장객 수를  $B$  명, 요금 인상률을  $x\%$  라 하면

인상 후의 요금은  $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$  원, 입장객 수는

$B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$  명, 입장 수입은  $A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$x^2 - 25x + 1250 = 0$$

$$(x - 50)(x + 25) = 0$$

$x > 0$  이므로  $x = 50$

10. 땅으로부터 높이 15m 되는 다이빙대에서 수영선수가 위를 향해 초속 27m 로 다이빙을 했다.  $x$  초 후 수영선수가 지상으로부터의 떨어져있는 높이는  $(-3x^2 + 27x + 15)m$  라고 할 때, 수영선수의 높이가 57m 가 되는 데 걸리는 나중 시간은?

- ① 2 초    ② 5 초    ③ 7 초    ④ 9 초    ⑤ 11 초

해설

$$-3x^2 + 27x + 15 = 57$$

$$3(x^2 - 9x + 14) = 0$$

$$3(x - 2)(x - 7) = 0$$

$$x = 2, 7$$

따라서 나중 시간은 7 초 이다.

11. 어떤 정사각형의 가로 길이를 3cm, 세로 길이를 2cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배와 같다. 처음 정사각형의 한 변의 길이를  $x$ cm라고 할 때,  $x$ 를 구하는 방정식은?

①  $x^2 + 5x + 6 = 0$

②  $x^2 - 5x - 6 = 0$

③  $x^2 - 5x + 6 = 0$

④  $x^2 + 5x - 6 = 0$

⑤  $3x^2 - 5x - 6 = 0$

해설

$$2x^2 = (x+3)(x+2)$$

$$\therefore x^2 - 5x - 6 = 0$$

12. 서로 다른 세 개의  $x$  값에 대하여  $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$  이라 한다. 이 때,  $abc$  의 값은?

- ① 100      ② 120      ③ 240      ④ -120      ⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의  $x$  값에 대하여 성립하므로  $x$  에 대한  
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

13. 이차방정식  $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이  $a$ 일 때,  $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12      ② 13      ③ 15      ④ 16      ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면  $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을  $a$ 로 나누면  $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로  $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

14. 이차방정식  $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$  을  $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$  의 꼴로 나타낼 때,

$mn$  의 값은?

- ① 21      ② -21      ③ 27      ④ -27      ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m + 3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27 \end{aligned}$$

15. 이차방정식  $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ②  $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③  $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④  $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤  $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$  : 근이 0개

$k = 3$  : 근이 1개

$3 < k$  : 근이 2개

16. 이차방정식  $x^2 + 2x - k = 0$  이 서로 다른 두 실근을 가질 때,  $kx^2 + 4x - 1 = 0$  의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단,  $k \neq 0$ )

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.  
② 중근을 갖는다.  
③ 근이 없다.  
④  $k$  의 값에 따라 달라진다.  
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

**해설**

$x^2 + 2x - k = 0$  이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식)  $> 0$  이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식  $kx^2 + 4x - 1 = 0$  에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식  $kx^2 + 4x - 1 = 0$  은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

17. 이차방정식  $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

이차방정식  $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로  $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

18. 이차방정식  $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을  $a$ , 이차방정식  $x^2 - 2x - 7 = 0$ 의 한 근을  $b$ 라 할 때,  $(a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

두 방정식에 각각  $x = a$ ,  $x = b$ 를 대입하면  
 $a^2 - 3a + 1 = 0$ 에서  $a^2 - 3a = -1$   
 $b^2 - 2b - 7 = 0$ 에서  $b^2 - 2b = 7$   
 $\therefore (a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1) = (-1 + 3)(7 + 1) = 16$

19. 이차방정식  $2x^2 - 7x + 2 = 0$  의 두 근 중에서 큰 것을  $m$  이라 하면  $n < m < n + 1$  이다. 정수  $n$  의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x + 2 = 0, & 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2 \\ 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) &= -2 + \frac{49}{8} \\ 2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 &= \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16} \\ x &= \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4} \\ \therefore m &= \frac{7 + \sqrt{33}}{4} \\ 5 < \sqrt{33} < 6 \\ \frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, & 3 < m < 3.25 \\ 3 < m < 4 \\ \therefore n &= 3 \end{aligned}$$

20. 이차방정식  $x^2 + px + q = 0$  의 두 근이 연속하는 정수이고,  $q$  가 소수일 때,  $p + q$  의 값을 구하여라. (단  $p$  는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 근을  $\alpha, \alpha + 1$  ( $\alpha$  는 정수) 이라 하면

$$\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p,$$

$$\alpha = \frac{-p-1}{2} \dots \textcircled{1}$$

$$\alpha(\alpha + 1) = q \dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하여

$$\text{정리하면 } p^2 - 4q = 1 \dots \textcircled{3}$$

③으로부터  $q$  는 짝수가 됨을 알 수 있고  $q$  는 소수이므로  $q = 2$

$q = 2$  를 ③에 대입하면 자연수  $p = 3$

$$\therefore p = 3, q = 2$$

$$\therefore p + q = 3 + 2 = 5$$

21.  $[x]$  는  $x$  를 넘지 않는 최대의 정수일 때, 양의 실수  $x$  에 대하여  $x^2 + (x - [x])^2 = 18$  이 성립할 때,  $(x - [x])^2 + \frac{1}{(x - [x])^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} 0 \leq x - [x] < 1 \text{ 이므로 } 0 \leq (x - [x])^2 < 1 \\ x^2 + (x - [x])^2 = 18 \text{ 에서 } (x - [x])^2 = 18 - x^2 \\ 0 \leq 18 - x^2 < 1 \\ \therefore \sqrt{17} < x \leq \sqrt{18} \\ \text{즉 } [x] = 4 \text{ 이므로 } x^2 + (x - [x])^2 = 18 \text{ 에 대입하면} \\ 2x^2 - 8x - 2 = 0, x^2 - 4x - 1 = 0 \\ \therefore x = 2 + \sqrt{5} (\because x > 0) \\ \therefore (x - [x])^2 + \frac{1}{(x - [x])^2} \\ = (2 + \sqrt{5} - 4)^2 + \frac{1}{(2 + \sqrt{5} - 4)^2} \\ = 9 - 4\sqrt{5} + \frac{1}{9 - 4\sqrt{5}} \\ = 9 - 4\sqrt{5} + 9 + 4\sqrt{5} \\ = 18 \end{aligned}$$

22.  $(x+y+4)(x+y) = 12$  일 때,  $x+y$  의 값의 합을 구하면?

- ① 2      ② -4      ③ -6      ④ -8      ⑤ 10

해설

$A = x+y$ 라 하면  
 $(A+4)A = 12$   
 $A^2 + 4A - 12 = 0$   
 $(A-2)(A+6) = 0$   
 $\therefore A = 2$  또는  $A = -6$   
따라서  $x+y$ 의 값의 합은  $2 + (-6) = -4$ 이다.

23. 다음 식의 값을 구하여라.

$$3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \dots}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

주어진 식을  $x$  라 하면

$$x = 3 + 2\sqrt{x}, \sqrt{x} > 0 \text{ 이므로 } x > 3$$

$x - 3 = 2\sqrt{x}$  의 양변을 제곱하면

$$x^2 - 6x + 9 = 4x$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x - 1)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 9$$

$$\therefore x > 3 \text{ 이므로 } x = 9$$

24. 어느 반 학생들에게 공책 144권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6권    ② 9권    ③ 12권    ④ 16권    ⑤ 24권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를  $x$ 권, 전체 학생 수를  $(x+7)$ 명이라 하면,

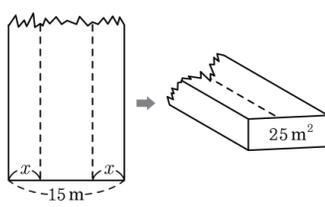
$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

25. 다음 그림과 같이 너비가 15m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 물통을 만들려고 한다. 단면의 넓이가  $25\text{m}^2$  일때,  $x$ 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



- ①  $2x^2 - 25x + 15 = 0$       ②  $2x^2 - 15x - 25 = 0$   
 ③  $25x^2 - 6x + 6 = 0$       ④  $2x^2 - 15x + 25 = 0$   
 ⑤  $2x^2 - 25x - 15 = 0$

해설

$$(15 - 2x)x = 25$$

$$\therefore 2x^2 - 15x + 25 = 0$$