

1. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 3ax - 2a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$1 + 3a - 2a = 0, a = -1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

2. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 중근을 갖는다.

㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

① ㉡, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (중근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$

$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$

$x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$

$k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.

$\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

3. 두 자연수 a, b 가 $(a+b)(a+b-6)-7=0$ 을 만족할 때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 7

③ 8

④ -1, 7

⑤ -7, 1

해설

$$(a+b)(a+b-6)-7=0$$

$a+b=A$ 로 치환하면

$$A(A-6)-7=0$$

$$A^2-6A-7=0$$

$$(A-7)(A+1)=0$$

$\therefore A=a+b=7 (\because a, b \text{는 자연수})$

4. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

따라서 주어진 방정식은 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$

양변에 10 을 곱하고 정리하면 $x^2 - 4x - 45 = 0$

$$(x + 5)(x - 9) = 0$$

$x = -5$ 또는 $x = 9$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

5. 이차방정식 $5(2a-3)x^2 - 5(4a^2-9)x - 4(2a+3) = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$5(2a-3)x^2 - 5(4a^2-9)x - 4(2a+3) = 0$ 의 한 근이 1 이므로

$$5(2a-3) \times 1 - 5(4a^2-9) \times 1 - 4(2a+3) = 0,$$

$$10a - 15 - 20a^2 + 45 - 8a - 12 = 0,$$

$$-20a^2 + 2a + 18 = 0, 20a^2 - 2a - 18 = 0, (20a+18)(a-1) = 0$$

,

a 는 정수이므로 $a = 1$,

$$-5x^2 + 25x - 20 = 0, x^2 - 5x + 4 = 0, (x-1)(x-4) = 0,$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 4,$$

따라서 다른 한 근은 4 이다.

6. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근은?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

두 근의 합은 1이다.

$3x^2 - 5x + a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3 - 5 + a = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0, (x - 1)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

7. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = \left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

따라서 $k = 5$ 또는 $k = -1$ 이다.

8. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \text{①} = -\frac{c}{a} + \text{①}$$

$$(x + \text{②})^2 = \text{③}$$

$$x = \text{④} \pm \text{⑤}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$ ⑤가 잘못 되었다.

9. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어든 때의 요금 인상률은?

① 40%

② 45%

③ 50%

④ 55%

⑤ 60%

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는

$B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times B\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = A \times B \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{8x}{1000}\right) = \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$x^2 - 25x + 1250 = 0$$

$$(x - 50)(x + 25) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 50$$

10. 땅으로부터 높이 15m 되는 다이빙대에서 수영선수가 위를 향해 초속 27m 로 다이빙을 했다. x 초 후 수영선수가 지상으로부터의 떨어져있는 높이는 $(-3x^2 + 27x + 15)$ m 라고 할 때, 수영선수의 높이가 57m 가 되는 데 걸리는 나중 시간은?

① 2 초

② 5 초

③ 7 초

④ 9 초

⑤ 11 초

해설

$$-3x^2 + 27x + 15 = 57$$

$$3(x^2 - 9x + 14) = 0$$

$$3(x - 2)(x - 7) = 0$$

$$x = 2, 7$$

따라서 나중 시간은 7 초 이다.

11. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 3cm, 2cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배와 같다. 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 할 때, x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x - 6 = 0$

③ $x^2 - 5x + 6 = 0$

④ $x^2 + 5x - 6 = 0$

⑤ $3x^2 - 5x - 6 = 0$

해설

$$2x^2 = (x + 3)(x + 2)$$

$$\therefore x^2 - 5x - 6 = 0$$

12. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100

② 120

③ 240

④ -120

⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

13. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

14. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,
 mn 의 값은?

① 21

② -21

③ 27

④ -27

⑤ -9

해설

$$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$$

$$\frac{1}{3}(x-3)^2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 9, n = -3$$

$$\therefore mn = -27$$

15. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

16. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

17. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

18. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2 - 2x - 7 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

두 방정식에 각각 $x = a$, $x = b$ 를 대입하면

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \text{에서 } a^2 - 3a = -1$$

$$b^2 - 2b - 7 = 0 \text{에서 } b^2 - 2b = 7$$

$$\therefore (a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1) = (-1 + 3)(7 + 1) = 16$$

19. 이차방정식 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 것을 m 이라 하면 $n < m < n + 1$ 이다.
정수 n 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$2x^2 - 7x + 2 = 0, 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2$$

$$2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) = -2 + \frac{49}{8}$$

$$2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$

$$x = \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\therefore m = \frac{7 + \sqrt{33}}{4}$$

$$5 < \sqrt{33} < 6$$

$$\frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, 3 < m < 3.25$$

$$3 < m < 4$$

$$\therefore n = 3$$

20. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속하는 정수이고, q 가 소수일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. (단 p 는 자연수)

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 1$ (α 는 정수) 이라 하면

$$\alpha + (\alpha + 1) = 2\alpha + 1 = -p,$$

$$\alpha = \frac{-p-1}{2} \dots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha(\alpha + 1) = q \dots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하여

$$\text{정리하면 } p^2 - 4q = 1 \dots \textcircled{㉢}$$

㉢으로부터 q 는 짝수가 됨을 알 수 있고 q 는 소수이므로 $q = 2$

$q = 2$ 를 ㉢에 대입하면 자연수 $p = 3$

$$\therefore p = 3, q = 2$$

$$\therefore p + q = 3 + 2 = 5$$

21. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수일 때, 양의 실수 x 에 대하여 $x^2 + (x - [x])^2 = 18$ 이 성립할 때, $(x - [x])^2 + \frac{1}{(x - [x])^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$0 \leq x - [x] < 1 \text{ 이므로 } 0 \leq (x - [x])^2 < 1$$

$$x^2 + (x - [x])^2 = 18 \text{ 에서 } (x - [x])^2 = 18 - x^2$$

$$0 \leq 18 - x^2 < 1$$

$$\therefore \sqrt{17} < x \leq \sqrt{18}$$

즉 $[x] = 4$ 이므로 $x^2 + (x - [x])^2 = 18$ 에 대입하면

$$2x^2 - 8x - 2 = 0, x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{5} \quad (\because x > 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore (x - [x])^2 + \frac{1}{(x - [x])^2} &= (2 + \sqrt{5} - 4)^2 + \frac{1}{(2 + \sqrt{5} - 4)^2} \\ &= 9 - 4\sqrt{5} + \frac{1}{9 - 4\sqrt{5}} \\ &= 9 - 4\sqrt{5} + 9 + 4\sqrt{5} \\ &= 18 \end{aligned}$$

22. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

① 2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면

$$(A + 4)A = 12$$

$$A^2 + 4A - 12 = 0$$

$$(A - 2)(A + 6) = 0$$

$$\therefore A = 2 \text{ 또는 } A = -6$$

따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

23. 다음 식의 값을 구하여라.

$$3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \cdots}}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

주어진 식을 x 라 하면

$$x = 3 + 2\sqrt{x}, \sqrt{x} > 0 \text{ 이므로 } x > 3$$

$x - 3 = 2\sqrt{x}$ 의 양변을 제곱하면

$$x^2 - 6x + 9 = 4x$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x - 1)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 9$$

$$\therefore x > 3 \text{ 이므로 } x = 9$$

24. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권

② 9 권

③ 12 권

④ 16 권

⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x+7)$ 명이라 하면,

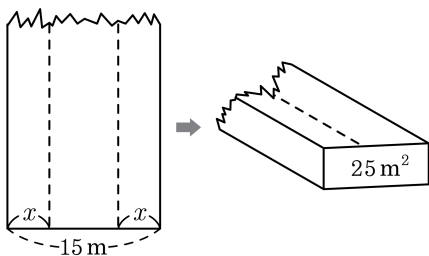
$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

25. 다음 그림과 같이 너비가 15m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 물통을 만들려고 한다. 단면의 넓이가 25m^2 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



① $2x^2 - 25x + 15 = 0$

② $2x^2 - 15x - 25 = 0$

③ $25x^2 - 6x + 6 = 0$

④ $2x^2 - 15x + 25 = 0$

⑤ $2x^2 - 25x - 15 = 0$

해설

$$(15 - 2x)x = 25$$

$$\therefore 2x^2 - 15x + 25 = 0$$