

1. 두 다항식  $A$ ,  $B$ 에 대하여  $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$ ,  $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$  일 때, 두 다항식  $A, B$ 를 구하면?

①  $A = x^3 + x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

②  $\textcircled{②} A = x^3 - x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③  $A = x^3 - x^2 + x - 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④  $A = x^3 - x^2 - x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤  $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$ ,  $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{①}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{②}$$

$$(\textcircled{①} + \textcircled{②}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{①} - \textcircled{②}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

2. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$  일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned}2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\&= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \textcircled{\text{A}} \text{ 분배법칙} \\&= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \textcircled{\text{B}} \text{ 결합법칙} \\&= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \textcircled{\text{C}} \text{ 교환법칙} \\&= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \textcircled{\text{D}} \text{ 교환법칙} \\&= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \textcircled{\text{E}} \text{ 분배법칙} \\&= 4a + 7b\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : \textcircled{\text{E}}

해설

\textcircled{\text{E}}  $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$ : 결합법칙

3. 다음 □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\square x^2 + \square x + \square) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

### 해설

$$\square x^2 + \square x + \square = A \text{ 라 하면}$$

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

□ 안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

4.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를  $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가  $x + 3$ 이 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

5. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

①  $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④  $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

①  $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$   
 $= x^6 - y^6$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$   
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

6.  $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

①  $a^3 + b^3$

②  $a^6 + b^6$

③  $\textcircled{a}^6 - b^6$

④  $a^9 + b^9$

⑤  $a^9 - b^9$

해설

(준 식)  $= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$

7.  $(1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^4 + 6x^5 + 7x^6)^2$  의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

$x^3$ 을 만들 수 있는 것은

(3차항)  $\times$  (상수항), (2차항)  $\times$  (1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

8.  $f(x)$ 가  $x$ 의 다항식일 때  $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$  가  $x$ 에 대한 항등식이 될 때  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -7

해설

$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 를 대입하면  $0 = 16 + 4a + b \cdots ①$

$x^4 = -1$ 을 대입하면  $0 = 1 - a + b \cdots ②$

①, ②를 연립하여 풀면  $a = -3, b = -4$

$$\therefore a + b = -7$$

9. 등식  $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$  이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, \quad y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

10.  $(m^2 - 4)x - 1 = m(3x + 1)$  를 만족하는  $x$  가 없도록 하는 상수  $m$  의 값은?

① -1

② -2

③ -4

④ 4

⑤ 5

해설

$(m^2 - 3m - 4)x - 1 - m = 0$  의 해가 없으므로

$$m^2 - 3m - 4 = 0 \text{ 이고 } -m - 1 \neq 0$$

$$\therefore m = 4$$

11.  $\frac{2x + ay - b}{x - y - 1}$  가  $x - y - 1 \neq 0$ 인 어떤  $x, y$ 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때,  $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\frac{2x + ay - b}{x - y - 1} = k \text{ 라 놓으면}$$

$$2x + ay - b = k(x - y - 1)$$

$x, y$ 에 대하여 정리하면,

$$(2 - k)x + (a + k)y - b + k = 0$$

위의 식이  $x, y$ 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2 - k = 0, a + k = 0, -b + k = 0$$

$$\therefore k = 2, a = -2, b = 2$$

$$\therefore a - b = -4$$

12. 다항식  $2x^3 + ax^2 + x + b$  가  $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때,  $a - b$ 의 값은?

- ① -4      ② -2      ③ 2      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}2x^3 + ax^2 + x + b \\&= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\&= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\∴ a &= c - 2, \quad 1 = 2 - c, \quad b = c \\c = 1 \circ] \text{므로 } a &= -1, b = 1 \\∴ a - b &= -2\end{aligned}$$

13. 등식  $2x^2 + x + 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$  가  $x$ 에 대한 항등식일 때  $a + b + c$ 의 값은?

① 12

② 15

③ 18

④ 21

⑤ 24

해설

좌변을 전개하여 계수를 비교해서  $a, b, c$ 를 구할 수 있다.

여기에서는 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에  $x = 2$ 를 대입해서 구한다.

$$15 = a + b + c$$

14.  $x^5 + x + 1$  을  $x+1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$  라고 할 때,  $Q(x)$  를  $x-1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$$x^5 + x + 1 = (x+1)Q(x) + R$$

$x = -1$  을 양변에 대입하면  $R = -1$

$$\therefore x^5 + x + 1 = (x+1)Q(x) - 1 \cdots \textcircled{1}$$

$Q(x)$  를  $x-1$ 로 나눈 나머지는  $Q(1)$

①에  $x = 1$  을 대입하면  $3 = 2Q(1) - 1$

$$\therefore Q(1) = 2$$

15. 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + c$  를  $x+2$ 로 나누면 3이 남고,  $x^2 - 1$ 로 나누면 떨어진다. 이 때,  $abc$ 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned}x^3 + ax^2 + bx + c &= (x+2)Q_1(x) + 3 \\&= (x+1)(x-1)Q_2(x)\end{aligned}$$

$$f(-2) = 3 \quad f(1) = 0 \quad f(-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ 대입}, -8 + 4a - 2b + c = 3$$

$$x = -1 \text{ 대입}, -1 + a - b + c = 0$$

$$x = 1 \text{ 대입}, 1 + a + b + c = 0$$

세 식을 연립해서 구하면

$$a = 3, b = -1, c = -3$$

$$\therefore abc = 9$$

16. 다항식  $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여  $f(x) - 2$ 는  $x - 1$ 로 나누어 떨어지고  $f(x) + 2$ 는  $x + 1$ 로 나누어 떨어진다. 이 때,  $a - 2b$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(x) - 2$ 는  $x - 1$ 로 떨어지므로

$$f(1) - 2 = 0 \quad \therefore 1 + a + b - 2 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 \cdots ①$$

$f(x) + 2$ 는  $x + 1$ 로 나누어 떨어지므로

$$f(-1) + 2 = 0 \quad \therefore 1 - a + b + 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = -3 \cdots ②$$

㉠, ㉡에서  $a = 2$ ,  $b = -1$      $\therefore a - 2b = 4$

17.  $x$ 에 관한 항등식  $x^3 + 2x^2 - 3x + 5 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 를 만족시키는  $a, b, c, d$ 에 대하여  $abcd$ 의 값은?

① -10

② 10

③ 50

④ 100

⑤ 200

해설

$$\begin{aligned} & a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d \\ &= (x-1)\{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} + d \\ &= (x-1)[(x-1)\{a(x-1) + b\} + c] + d \end{aligned}$$

따라서  $x^3 + 2x^2 - 3x + 5$ 를  $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로  $d, c, b$ 가 되고 마지막의 몫이  $a$ 이다.

$$a = 1, b = 5, c = 4, d = 5$$

$$\therefore abcd = 100$$

18. 100개의 다항식  $x^2 - x - 1, x^2 - x - 2, \dots, x^2 - x - 100$  중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해되는 것은 모두 몇 개인가?

- ① 5 개      ② 7 개      ③ 9 개      ④ 11 개      ⑤ 13 개

해설

$x^2 - x - n = (x + a)(x - b)$  ( $a, b$  는 자연수) 라 하면

$b = a + 1, ab = n$  ( $1 \leq n \leq 100$ )

$a$	1 2 3 4 5 6 7 8 9
$b$	2 3 4 5 6 7 8 9 10
$n=ab$	2 6 12 20 30 42 56 72 90

$\therefore 9(\text{개})$

19. 다항식  $x^4 + x^2y^2 + 25y^4$  을 인수분해 하였더니  $(x^2 + mxy + 5y^2)(x^2 + nxy + 5y^2)$  가 되었다. 이 때 상수  $m, n$  의 합  $m + n$  的 값을 구하면?

- ① -6      ② -3      ③ 0      ④ 3      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 10x^2y^2 + 25y^4 - 9x^2y^2 \\&= (x^2 + 5y^2)^2 - (3xy)^2 \\&= (x^2 + 5y^2 - 3xy)(x^2 + 5y^2 + 3xy) \\\therefore m+n &= 0\end{aligned}$$

20.  $3x^2 + 2xy - y^2 - x + 3y - 2$ 의 인수인 것은?

- ①  $2x + y + 1$
- ②  $x + y + 1$
- ③  $2x - y + 1$
- ④  $3x - y + 2$
- ⑤  $3x + y + 2$

해설

준식을 내림차순으로 정리하면

$$3x^2 + 2xy - x - y^2 + 3y - 2$$

$$= 3x^2 + (2y - 1)x - (y - 1)(y - 2)$$

인수분해하면  $(x + y - 1)(3x - y + 2)$

## 21. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

(단.  $a \neq b \neq c$ )

- ① -1      ② 1      ③  $-\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\&= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\&= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1\end{aligned}$$

22.  $a, b, c$ 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때,  $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) = 0$ 을 만족하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ①  $\angle B = 120^\circ$ 인 둔각삼각형
- ② 직각삼각형
- ③  $\angle B = 150^\circ$ 인 둔각삼각형
- ④ 이등변삼각형
- ⑤  $\angle A = 35^\circ$ 인 예각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^2b - a^2c + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b \\ &= a^2(b - c) + a(c + b)(c - b) + bc(b - c) \\ &= (b - c) \{ a^2 + (c + b)a + bc \} \\ &= (b - c)(a + b)(a + c) \\ \therefore & b = c \quad (\because a + b \neq 0, a + c \neq 0) \end{aligned}$$

23.  $\frac{2012^3 + 8}{2012 \times 2010 + 4}$ 의 값은?

- ① 2010      ② 2011      ③ 2012      ④ 2013      ⑤ 2014

해설

$a = 2012$  라 치환하면,

$$\begin{aligned}\frac{2012^3 + 8}{2012 \times 2010 + 4} &= \frac{a^3 + 2^3}{a \times (a - 2) + 4} \\&= \frac{(a + 2)(a^2 - 2a + 4)}{a^2 - 2a + 4} \\&= 2012 + 2 \\&= 2014\end{aligned}$$

24. 다음 식을 인수분해하면  $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$  일 때,  $a + b + c + d$  의 값을 구하여라. ( $a, b, c, d$ 는 상수)

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\∴ a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

25. 두 다항식  $x^2 + 3x + a$ ,  $x^2 - 3x + b$ 의 최대공약수가  $x - 1$  일 때, 최소공배수를 구하여라.

①  $x^3 + 3x^2 - 12x + 8$

②  $x^3 - 3x^2 + 10x - 8$

③  $x^3 + x^2 - 10x + 8$

④  $x^3 - 9x + 8$

⑤  $x^3 + 2x^2 - 8x + 10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여  $a$ ,  $b$ 를 구한다.

$$1 + 3 + a = 0 \quad 1 - 3 + b = 0 \text{에서 } a = -4 \quad b = 2$$

$$\therefore x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

그리므로 두 다항식의 최소공배수는

$$(x - 1)(x - 2)(x + 4) = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

26. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가  $x + 2$ 이고, 최소공배수가  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ 일 때, 이 두 다항식의 합을 구하면?

①  $x^2 - x - 10$

②  $2x^2 - x - 10$

③  $x^2 - x - 12$

④  $2x^2 - x - 20$

⑤  $2x^2 + x - 10$

해설

$a, b$ 가 서로소일 때, 두 다항식이  $(x + 2)a, (x + 2)b$ 이면 최소공배수는  $(x + 2)ab$ 이다.

$$\begin{aligned}x^3 - 3x^2 - 4x + 12 &= (x + 2)ab \\&= (x + 2)(x - 2)(x - 3)\end{aligned}$$

따라서 두 다항식은 각각

$$(x + 2)(x - 2), (x + 2)(x - 3)$$

$\therefore$ (두 다항식의 합)

$$\begin{aligned}&= (x + 2)(x - 2) + (x + 2)(x - 3) \\&= 2x^2 - x - 10\end{aligned}$$

27.  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  이고  $abc = 1$  일 때,  $(a^3 + b^3 + c^3)^2$  의 값을 계산하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= (a + b + c) \times 0 + 3abc = 0 + 3 \cdot (1) = 3$$

$$\therefore (a^3 + b^3 + c^3)^2 = 9$$

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \quad a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0$$

$$\frac{1}{2} (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c \rightarrow abc = a^3 = b^3 = c^3 = 1$$

$$(a^3 + b^3 + c^3)^2 = (1 + 1 + 1)^2 = 9$$

28.  $a(a+1) = 1$  일 때,  $\frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1}$ 의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1) = 1 \text{에서}$$

$$a^2 = -a + 1$$

$$a^4 = (-a+1)^2 = a^2 - 2a + 1$$

$$= (-a+1) - 2a + 1 = -3a + 2$$

$$a^6 = a^4 \times a^2 = (-3a+2)(-a+1)$$

$$= 3a^2 - 5a + 2 = 3(-a+1) - 5a + 2$$

$$= -8a + 5$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1} &= \frac{-3a + 2 - (-a + 1)}{-8a + 5 - 1} \\&= \frac{-2a + 1}{-8a + 4} = \frac{-2a + 1}{4(-2a + 1)} \\&= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

29.  $x$ 에 관한 3차 다항식  $f(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지가 2,  $x + 1$ 로 나눈 나머지가 4라고 한다.  $f(x)$ 에서  $x^2$ 의 계수를  $a$ , 상수항을  $b$ 라 하면  $a + b$ 의 값은?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$f(x) = px^3 + ax^2 + qx + b$  라 하면

$f(1) = 2, f(-1) = 4$ 에서

$$p + a + q + b = 2 \cdots \textcircled{\text{I}}$$

$$-p + a - q + b = 4 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

㉠ + ㉡를 하면

$$2(a + b) = 6, a + b = 3$$

30.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는  $2x - 7$ 이고,  $x^2 - 3x - 10$ 으로 나누었을 때의 나머지는 11이다. 이 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 6x + 5$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

①  $2x + 1$

②  $4x + 3$

③  $x - 1$

④  $4x - 9$

⑤  $2x - 3$

### 해설

$f(x)$ 를  $x^2 - 6x + 5$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b \\&= (x - 1)(x - 5)Q(x) + ax + b \cdots ①\end{aligned}$$

$f(x)$ 를  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눈 몫을  $Q_1(x)$ ,  
 $x^2 - 3x - 10$ 으로 나눈 몫을  $Q_2(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_1(x) + 2x - 7 \\&= (x - 1)(x - 3)Q_1(x) + 2x - 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 - 3x - 10)Q_2(x) + 11 \\&= (x - 5)(x + 2)Q_2(x) + 11\end{aligned}$$

이므로  $f(1) = -5$ ,  $f(5) = 11$ 이다.

①에서

$$f(1) = a + b = -5$$

$f(5) = 5a + b = 11$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 4, b = -9$$

따라서 구하는 나머지는  $4x - 9$ 이다.

31.  $x$ 에 대한 다항식  $P(x)$ 를  $x - 2$ 로 나눈 나머지가 5이고, 그 몫을 다시  $x + 3$ 으로 나눈 나머지가 3일 때,  $xP(x)$ 를  $x + 3$ 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$x$ 에 대한 다항식  $P(x)$ 를  $x - 2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ ,

$Q(x)$ 를  $x + 3$ 으로 나눈 몫을  $Q_1(x)$ 라 하면

$$P(x) = (x - 2)Q(x) + 5, Q(x) = (x + 3)Q_1(x) + 3 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} P(x) &= (x - 2)((x + 3)Q_1(x) + 3) + 5 \\ &= (x - 2)(x + 3)Q_1(x) + 3x - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore P(-3) = -9 - 1 = -10$$

따라서  $xP(x)$ 를  $x + 3$ 으로 나눈 나머지는

$$-3P(-3) = -3 \times (-10) = 30$$

해설

나머지정리에 의해  $Q(-3) = 3$

$P(x) = (x - 2)Q(x) + 5$ 에서 양변에  $x$ 를 곱하면

$$xP(x) = x(x - 2)Q(x) + 5x \cdots ①$$

나머지정리에 의해  $xP(x)$ 를  $x + 3$ 로 나눈 나머지는  $-3P(-3)$ 이다.

①의 양변에  $x = -3$ 을 대입하면

$$-3P(-3) = -3 \cdot (-5)Q(-3) - 15$$

$$Q(-3) = 3 \text{을 대입하면 } -3P(-3) = 30$$

32.  $a - b = 1 + i$ ,  $b - c = 1 - i$  일 때,  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$a - b = 1 + i \quad \text{.....} \textcircled{1}$$

$$b - c = 1 - i \quad \text{.....} \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$  을 계산하면  $a - c = 2$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$$

$$= \frac{1}{2} \{(1 + i)^2 + (1 - i)^2 + (-2)^2\}$$

$$= \frac{1}{2} \{1 + 2i - 1 + 1 - 2i - 1 + 4\}$$

$$= 2$$

33.  $f(2) = -15$ ,  $g(-2) = 5$ 인 두 이차식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의 곱이  $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$ , 최소공배수가  $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$ 일 때,  $f(-2) + g(2)$ 의 값은?

- ① 8      ② 18      ③ 28      ④ 38      ⑤ 48

해설

곱이  $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$ 이고,  
최소공배수가  $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$ 이므로  
두 이차식은  $(x+3)(x-5)$ ,  $(x+3)(x+7)$   
 $f(2) = -15$ 이므로  $f(x) = (x+3)(x-5)$   
 $g(-2) = 5$ 이므로  $g(x) = (x+3)(x+7)$   
 $\therefore f(-2) + g(2) = (-2+3)(-2-5) + (2+3)(2+7)$   
 $= (-7) + 45 = 38$