

1. 어떤 자연수를 10 으로 나누었더니, 몫이 7 이고 나머지가 8 이었다. 이 수를 15 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 자연수를 A 라 하면 $A = 10 \times 7 + 8 = 15 \times 5 + 3$ 이다. 따라서 $a = 5, b = 3$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

2. 다음 세 자리 수는 3의 배수이다. 안에 들어갈 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

$$2 \square 8$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 8

해설

각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 하므로

$$2 + \square + 8 = 10 + \square$$

$$\therefore \square = 2, 5, 8$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.

② 17 은 소수이다.

③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.

④ 2 는 소수이다.

⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

4. 81의 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$81 = 3^4$$

5. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)?

① 2

② 3

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

6. 300 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$300 \div a = b^2 \text{ 에서}$$

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 5^2 \div 3 = b^2$$

$$2^2 \times 5^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 5 = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

7. 168 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$(3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16 \text{ (개) 이다.}$$

8. A 는 15의 약수의 모임이고, B 는 어떤 수의 약수의 모임일 때, A 와 B 의 공통된 수의 개수는 1개이다. 어떤 수가 될 수 있는 모든 자연수들의 합을 구하여라. (단, 어떤 수는 10보다 작은 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 22

해설

$$15 = 3 \times 5$$

15와 어떤 수의 공약수가 개수가 1개, 즉 서로소이므로 어떤 수는 10미만의 자연수 중 3과 5의 배수가 아닌 수이므로 1, 2, 4, 7, 8이다.

따라서 어떤 수가 될 수 있는 자연수들의 합은 22이다.

9. 세 수 72, 84, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 24

③ $2^2 \times 3$

④ 18

⑤ 2×3

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $2^2 \times 3^2$ 이므로 최대공약수는 $2^2 \times 3$

10. 두 자연수 A 와 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, 가능한 A 의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$A = a \times b \times c \times d$ 라 하면

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{a \times b \times c \times d} = 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$$\therefore a = 2^5, b = 1, 3, 3^2, c = 1, 5, d = 7$$

따라서, A 는 $2^5 \times 7, 2^5 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3 \times 7,$

$2^5 \times 3 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 의 6 개이다.

11. 세 수 16, 6, 2×3^2 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 308

② 302

③ 295

④ 291

⑤ 288

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로 세 수의 공배수는 144 의 배수가 된다.

따라서 144, 288, 432, ... 중 300 에 가장 가까운 수를 찾는다.

12. 1에서 100까지의 자연수 중 2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 2와 5의 공배수와 같다.
100 이하의 2와 5의 공배수를 구하면 0, 20, 30, ... 100로 총 10개이다.

13. 세 자연수의 비가 $3 : 4 : 6$ 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

① 28

② 48

③ 56

④ 70

⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 $3 : 4 : 6$ 이므로 세 자연수는 각각 $3 \times a$, $4 \times a$, $6 \times a$ 로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 96 = 2^5 \times 3$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 8$ 이다.

따라서 세 자연수는 각각 $24 = 3 \times 8$, $32 = 4 \times 8$, $48 = 6 \times 8$ 이다.

14. 가로와 세로의 길이가 120cm, 세로의 길이가 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

① 18cm, 35 개

② 24cm, 35 개

③ 18cm, 40 개

④ 24cm, 40 개

⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,

$$120 = x \times \square, 168 = x \times \triangle$$

x 는 120 과 168 의 최대공약수

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5, 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2^3 \times 3 = 24 \text{ (cm)}$$

$$120 = 24 \times 5, 168 = 24 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$\text{필요한 타일의 개수는 } \therefore 5 \times 7 = 35 \text{ (개)}$$

15. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84의 최대공약수인 14이다.

16. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번

② 2번

③ 3번

④ 4번

⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$$144 \div 48 = 3$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3번 회전한 후이다.

17. 가로, 세로, 높이가 각각 6, 12, 10 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 300 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 6, 12, 10 의 최소공배수이므로 60 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$$(60 \div 6) \times (60 \div 12) \times (60 \div 10) = 10 \times 5 \times 6 = 300(\text{개}) \text{ 이다.}$$

18. 두 수 $2^a \times 7^2$, $2^2 \times 7^b$ 의 최대공약수가 2×7^2 , 최소공배수가 $2^2 \times 7^4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

최대공약수가 2×7^2 이므로 $a = 1$ 이고,
최소공배수가 $2^2 \times 7^4$ 이므로 $b = 4$ 이다.
따라서 $a + b = 5$ 이다.

19. 두 수 $2 \times 3 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, A 를 구하면?

① 2×3^2

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로

$$(2 \times 3 \times 5) \times A = (2 \times 3) \times (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7) = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$$

이다.

$$\therefore A = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

20. $\frac{35}{6}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{5}{9}$ 의 어느 것과 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 분수를 구하여라.

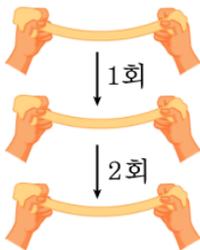
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{5}$

해설

$$\frac{(6, 3, 9 \text{의 최소공배수})}{(35, 10, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{18}{5}$$

21. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘여 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?



- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
 ④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 ($2 \times 2 \times 2$) 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
⋮	⋮	⋮

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

22. $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수 a, b, c 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

132 를 소인수분해하면 $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이다. 한편 $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가지므로 a 는 2 보다 크거나 같고, b 는 1 보다 크거나 같다. 또한 c 도 1 보다 크거나 같다.

따라서 a, b, c 의 최솟값은 각각 2, 1, 1 이므로 구하는 합은 $2 + 1 + 1 = 4$ 이다.

23. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 3$$

24. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하면?

① 1

② 1, 2

③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8

⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.

따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

25. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots , (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, \dots , 147 이다.

이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, \dots , 144 이므로

가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.

따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.