1. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 2 ㉡ 9 ㉢ 12 ㉣ 15 ㉤ 16

㉥ 18

① ㉠, ㉢, ㉣
② ㉠, ㉢, ㉤
③ ㉡, ㉢, ㉥
④ ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

2. 다음 보기 중 m의 값이 다른 하나는?

보기

㉠ $m^2 - 2m + 1 = 0$

㉡ $-m^2 + 2m - 1 = 0$

㉢ $-4m + 2m^2 + 2 = 0$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$

㉤ $4 + 4m^2 - 8m = 0$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤ $(m-1)^2 = 0$

$\therefore \ m = 1$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$, $m = 1 \pm \sqrt{2}$

3. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = 3x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -2x^2$

④ $y = x^2$ ⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다. 따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 폭이 가장 넓다.

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

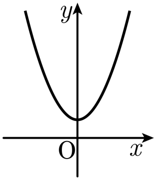
① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$ ② $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ ③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$
④ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$ ⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$

해설

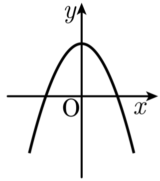
$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3 - 5 = \frac{1}{2}x^2 - 2$$

5. $a < 0$, $q < 0$ 일 때, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 의 그래프로 알맞은 것은?

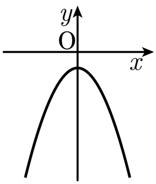
①



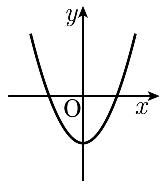
②



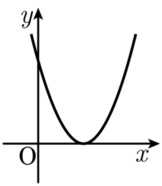
③



④



⑤



해설

이차함수의 그래프 $y = -ax^2 + q$ 에서 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이다.
따라서 아래로 볼록이다.
또한, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 꼴의 그래프는 대칭축이 $x = 0$ 이다.
$q < 0$ 이므로 y 축 아래에 꼭짓점이 존재한다.
따라서 답은 ④번이다.

6. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은 무엇인가?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{9a^2} = 3a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{4a^2} = 2a$

③ $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$

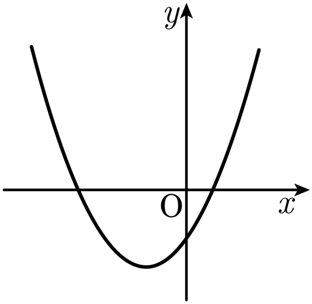
⑤ $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} = -5a$

해설

③ $a < 0$ 일 때,

$$-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -|5a| = 5a$$

7. 이차함수 $y = ax^2 - bx - 2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?



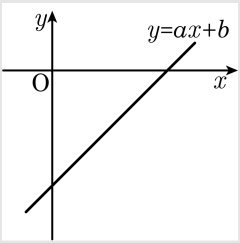
① 제1 사분면　② 제2 사분면　③ 제3 사분면
④ 제4 사분면　⑤ 없다.

해설

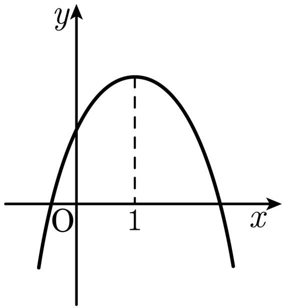
아래로 볼록이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

$y = ax + b$ 에서 기울기 $a > 0$, y 절편 $b < 0$ 이므로 제2 사분면을 지나지 않는다.



8. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, a, b, $a+b+1$ 의 부호로 바른 것은?



① $a > 0,\ b < 0,\ a+b+1 > 0$

② $a > 0,\ b < 0,\ a+b+1 < 0$

③ $a < 0,\ b < 0,\ a+b+1 < 0$

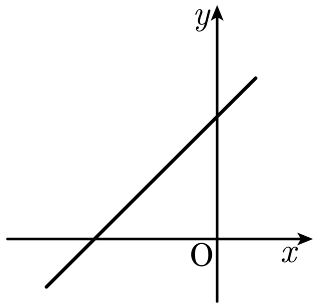
④ $a < 0,\ b > 0,\ a+b+1 < 0$

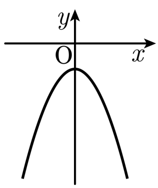
⑤ $a < 0,\ b > 0,\ a+b+1 > 0$

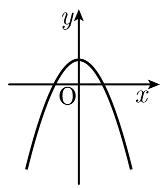
해설

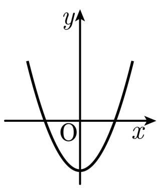
그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
$x = 1$ 일 때, $a + b + 1 > 0$ 이다.

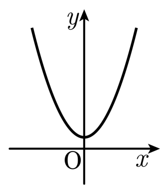
9. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?

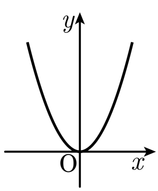


①


②


③


④


⑤


해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x축의 위쪽에 있다.

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족할 때, 다음 중 옳은 것은?

Ⅰ. $\dfrac{b}{2a} = -1$

Ⅱ. 최댓값은 있으나. 최솟값은 없다.

Ⅲ. 점 $\left(\dfrac{5}{3}, 0\right)$ 을 지난다.

① $a > 0$

② $c > 0$

③ 다른 한 x 절편이 $-\dfrac{1}{3}$ 이다.

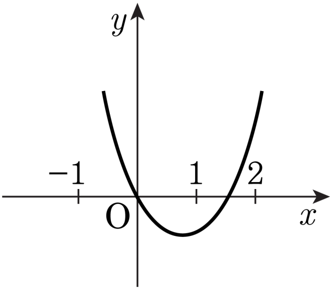
④ 꼭짓점이 제 3 사분면에 있다.

⑤ 그래프는 제 2 사분면을 지나지 않는다.

해설

꼭짓점이 제 1사분면에 있고, 위로 볼록한데 y 절편이 원점 아래에 있기 때문에 제 2사분면을 지나지 않는다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호 또는 값을 구하면?



① $a > 0, b > 0, c > 0$　② $a > 0, b > 0, c = 0$

③ $a > 0, b < 0, c > 0$　④ $a > 0, b < 0, c = 0$

⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $c = 0$

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 양수이므로 $b < 0$

12. $\sqrt{2}=a$, $\sqrt{3}=b$, $\sqrt{5}=c$, $\sqrt{7}=d$ 일 때, $\sqrt{420}$ 을 a, b, c, d 를 사용하여 나타내면?

① $abcd$ ② a^2bc ③ abc^2d

④ a^2bcd ⑤ a^2bc^2d

해설

$$\sqrt{420}=\sqrt{2^2\times3\times5\times7}=a^2bcd$$

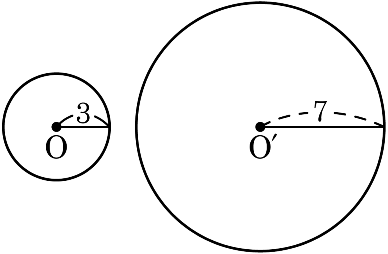
13. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

① $10b$　② $100b$　③ $\frac{1}{10}a$　④ $\frac{1}{10}b$　⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30\times100}\\ &= \sqrt{30}\times\sqrt{100}\\ &= \sqrt{30}\times10\\ &= 10b\end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같은 두 원 O, O′ 의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{30}$ ③ $\sqrt{49}$ ④ $\sqrt{52}$ ⑤ $\sqrt{58}$

해설

구하려고 하는 반지름의 길이를 x 라 하면 원 O 의 반지름의 길이가 3 이고, 원 O′ 의 반지름의 길이는 7 이므로 $3^2\pi + 7^2\pi = 9\pi + 49\pi = 58\pi$, 넓이 (πr^2) 가 58π 인 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.

15. 다음 중 중근을 갖는 이차방정식을 모두 고르면?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

② $2(x-5)^2 - 3 = -3$

③ $x^2 - 2x + 1 = x^2$

④ $x^2 = 2x$

⑤ $2x^2 - 12x + 18 = 0$

해설

(완전제곱식)$= 0$의 꼴일 때 중근을 갖는다.

② $(x-5)^2 = 0$

⑤ $(x-3)^2 = 0$

16. 이차방정식 $x^2+5x-9=0$ 을 $(x+P)^2=Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P+2Q$ 의 값을 구하면?

① -33 ② -12 ③ -4 ④ 0 ⑤ 33

해설

$x^2+5x-9=0$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P=\frac{5}{2},\ Q=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P+2Q=\frac{5}{2}+\frac{61}{2}=33$

17. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 수의 합은?

① 9 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 15

해설

세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

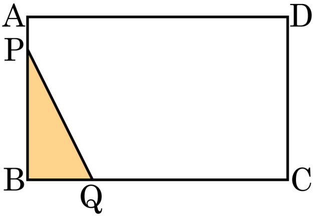
$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2$

$x^2-4x=0$

$\therefore x=4(\because x>0)$

$\therefore 3+4+5=12$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 A 로부터 B 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고, 점Q 는 변BC 위를 B 로부터 C 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고 있다. P, Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle$PBQ 의 넓이가 16cm^2 가 되는가?



① 3 초 또는 5 초 ② 2 초 또는 8 초 ③ 5 초 또는 7 초

④ 2 초 또는 5 초 ⑤ 2 초 또는 7 초

해설

x 초 후의

$\overline{PB} = 10 - x, \overline{BQ} = 2x$

$$\triangle PBQ = (10 - x) \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = 16$$

$\to x^2 - 10x + 16 = 0 \to x = 2,\ 8$

19. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$ ② $x < -4$ ③ $x < 4$

④ $x > 4$ ⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$

꼭짓점이 $(4,\ 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로

$x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

20. 다음 중 이차함수 $y=3x^2-6x$의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

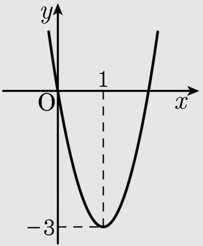
① 제1사분면　② 제2사분면

③ 제3사분면　④ 제4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y=3x^2-6x$$
$$=3(x^2-2x+1-1)$$
$$=3(x-1)^2-3$$



그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,-3)$이고 y절편은 0이다.

21. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

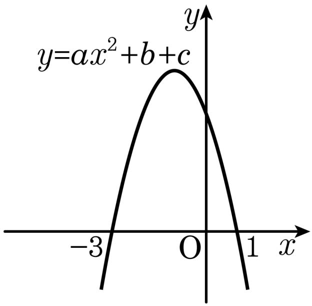
④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$
② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$
③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$
④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$
⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

22. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$ ② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$ ④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$ 이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

23. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$$\boxed{㉠}x^2 + 36x + \boxed{㉡} = (2x + \boxed{㉢})^2$$
$$6x^2 + x + \boxed{㉣} = (3x+5)(2x + \boxed{㉤})$$

① ㉠, ㉤ ② ㉠, ㉡, ㉤ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠: $2^2 = 4$

㉢: $4 \times$ ㉢ $= 36$, $\therefore$ ㉢ $= 9$

㉡: $9^2 = 81$

㉤: $10 + 3 \times$ ㉤ $= 1$, $\therefore$ ㉤ $= -3$

㉣: $(-3) \times 5 = -15$

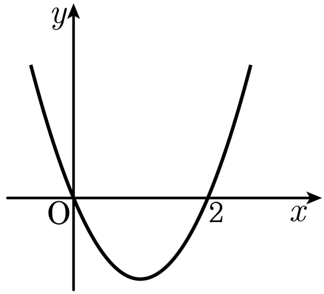
24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$ 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

① $a < -\dfrac{4}{3}$　② $a \leq -\dfrac{4}{3}$　③ $a < \dfrac{3}{4}$
④ $a \leq -\dfrac{3}{4}$　⑤ $a > \dfrac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면
$a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.
$a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.
꼭짓점이 $(2,\ 3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 + 3$ 이다.
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.
여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.
$4a + 3 \leq 0$
$\therefore a \leq -\dfrac{3}{4}$

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면
② 제 1, 3 사분면
③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2, 3, 4 사분면
⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$

또한, $y = ax\left(x + \frac{b}{a}\right)$ 에서

$-\frac{b}{a} = 2 > 0$

$\therefore \frac{b}{a} < 0$

그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$y = -\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0\right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.