

1. 이차방정식 $x^2 - ax + b + 1 = 0$ 이 실근을 가질 때, b 의 최댓값을 M 이라 한다. M 의 범위가 $p \leq M \leq q$ 일 때, $p \times q$ 의 값을 구하여라.(단 a 의 범위는 $-1 \leq a \leq 2$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 - ax + b + 1 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D = a^2 - 4(b + 1) \geq 0$$

$-1 \leq a \leq 2$ 이므로 $0 \leq a^2 \leq 4$

(1) $a^2 = 0$ 일 때, $-4(b + 1) \geq 0$, $b \leq -1$

(2) $a^2 = 4$ 일 때, $-4b \geq 0$, $b \leq 0$

$$\therefore -1 \leq M \leq 0$$

$$\therefore p \times q = 0$$

2. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k + a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2

② 2

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설

$$D/4 = (k + a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a + 1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{ 에 관한 항등식이므로 } 2a + 1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

3. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6부터 $n-1$ 까지의 합이 21일 때, n 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} & (6 + 7 + 8 + \cdots + n - 1) \\ &= (1 + 2 + \cdots + n - 1) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5) \end{aligned}$$

$$\frac{(n-1)n}{2} - 15 = 21 \text{ 이므로}$$

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = (n+8)(n-9) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 9 \text{ 이다.}$$

4. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 56 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 56$$

$$n^2 - n - 56 = 0$$

$$(n+7)(n-8) = 0$$

따라서 $n = 8$ ($\because n$ 은 자연수)이다.