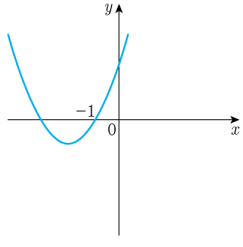


1. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- ☐ ㉠ $a > 0$
- ☐ ㉡ $b < 0$
- ☐ ㉢ $ab + 2c > 0$
- ☐ ㉣ $a + b + c < 0$
- ☐ ㉤ $abc > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

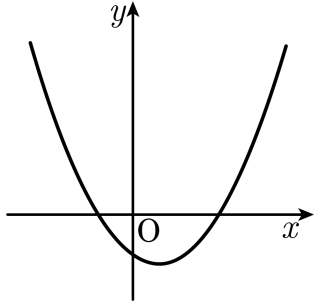
▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

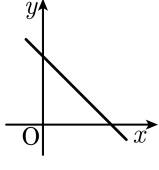
해설

- ㉠아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
㉡ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 에서 $b > 0$ 이다.
㉢ $ab > 0$ 이고 $c > 0$ 이므로 $ab + 2c > 0$
㉣ $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 $a + b + c > 0$
㉤ $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 $abc > 0$

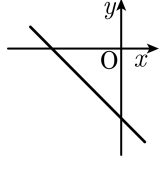
2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?



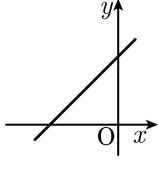
①



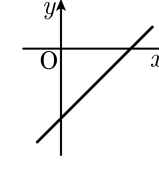
②



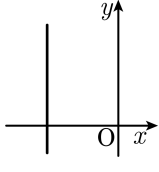
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$,
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 따라서 $b < 0$, y 절편이 음수이므로 $c < 0$,
 $ax + by + c = 0$ 은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 이므로 기울기는 양수이고, y 절편은 음수이다.

3. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 y 축의 방향으로 2 만큼, 평행이동한 그래프의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 꼴로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2x^2 + 4x + 4$

해설

$$y = 2(x+1)^2 + 2 = 2x^2 + 4x + 4$$

4. 이차방정식 $y = -2(x - 1)^2 + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 (1, 1) 이다.
- ㉡ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
- ㉢ 모든 사분면을 지난다.
- ㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉤ $\{x|x > 1\}$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

▶ 답 :

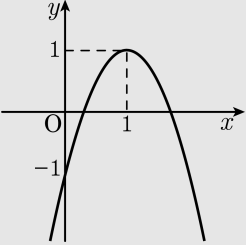
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

그래프를 그려 보면 다음과 같다.



㉡ $x = 1$ 을 축으로 한다. ㉣ 제2 사분면을 지나지 않는다.

5. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 - ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
 - ③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
 - ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 - ⑤ $y = 2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ③ $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

6. 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$ 의 축이 $x = 2$ 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

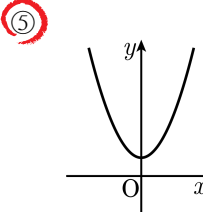
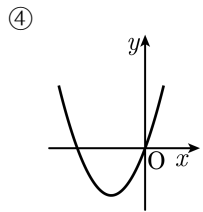
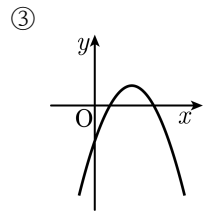
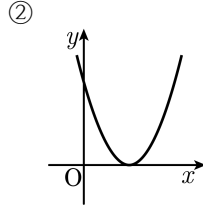
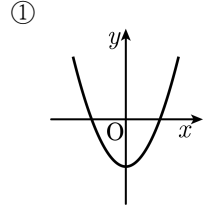
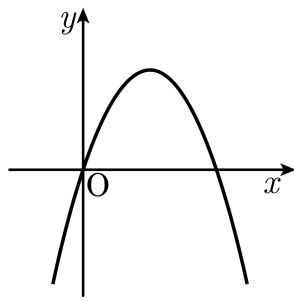
축이 $x = 2$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4px + 4p^2 - 4p^2) + 5 \\ &= \frac{1}{2}(x + 2p)^2 - 4p^2 + 5 \end{aligned}$$

축의 방정식 $x = -2p = 2$

$$\therefore p = -1$$

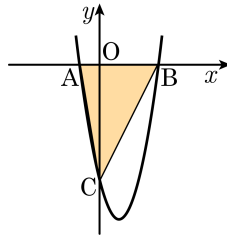
7. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중에서 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고, 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

8. 이차함수 $y = 2(x-1)^2 - 8$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

i) x 축과의 교점은 $y = 0$ 일 때 x 의 값이므로

$$2(x-1)^2 - 8 = 0$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x - 6 &= 2(x^2 - 2x - 3) \\ &= 2(x-3)(x+1) = 0 \end{aligned}$$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

따라서 A 의 좌표는 $(-1, 0)$ B 의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

ii) y 축과의 교점은 $x = 0$ 일 때 y 의 값이므로

$$y = 2(0-1)^2 - 8 = -6$$

따라서 C 좌표는 $(0, -6)$ 이다.

$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 12$$

9. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160} - 1$
 $= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$
 $2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는
 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.
 $\therefore 33 + 31 = 64$

10. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

- ① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) + \cdots + (17 - 19)(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3) - 2(5 + 7) - 2(9 + 11) - 2(13 + 15) - 2(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
 - ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
 - ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
 - ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
 - ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면
 $\alpha(\alpha - 3) = 40$
 $\alpha = 8$ 또는 $\alpha = -5$
따라서 두 근은 8, 5 또는 $-5, -8$ 이다.
두 근의 합은 $13 = 4 - m, m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m, m = 17$
따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

12. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

13. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

14. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 7부터 $n-1$ 까지의 합이 57일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} & (7+8+9+\cdots+n-1) \\ &= (1+2+\cdots+n-1)-(1+2+3+4+5+6) \\ & \frac{(n-1)n}{2}-21=57 \text{ 이므로} \\ & n(n-1)=156 \\ & n^2-n-156=(n+12)(n-13)=0 \\ & n>0 \text{ 이므로 } n=13 \text{ 이다.} \end{aligned}$$