1. 곱셈 공식을 이용하여 다음 수의 값을 계산할 때, 나머지 넷과 다른 공식이 적용되는 것은?

① 1.7×2.3

② 94×86

③ 28×31

④ 99×101

⑤ 52×48

해설

①, ②, ④, ⑤ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

③ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

2. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 99^2

② 102^2

③ 73×67

④ 98×102

⑤ 101×102

해설

$$\begin{aligned} 101 \times 102 &= (100 + 1)(100 + 2) \\ &= 100^2 + (1 + 2) \times 100 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

3. $\frac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1234

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1234}{4321^2 - (4321 - 1)(4321 + 1)} \\ &= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1} \\ &= 1234 \end{aligned}$$

4. $4x^2 + \square x + 16$ 이 완전제곱식이 될 때, 이 식을 인수분해하면?

① $(2x \pm 1)^2$

② $(2x \pm 2)^2$

③ $(2x \pm 3)^2$

④ $(2x \pm 4)^2$

⑤ $(2x \pm 5)^2$

해설

$$(2x \pm 4)^2 = 4x^2 \pm 16x + 16$$

5. $4x^2 + Ax + 25 = (2x + B)^2$ 에서 A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = 20$, ▷ 정답: $B = 5$

▷ 정답: $A = -20$, ▷ 정답: $B = -5$

해설

$$(2x + B)^2 = 4x^2 + 4Bx + B^2$$

$$A = 20, B = 5 \text{ 또는 } A = -20, B = -5$$

6. 다음 두 식이 완전제곱식일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

$$9x^2 + ax + 1, 4x^2 + 8x + b$$

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 10$

해설

$$9x^2 + ax + 1 = (3x + 1)^2$$

$$a = 2 \times 3 \times 1, a = 6$$

$$4x^2 + 8x + b = (2x + 2)^2$$

$$b = 2^2, b = 4$$

$$\therefore a + b = 6 + 4 = 10$$

7. 다음 보기에서 해가 없는 이차방정식을 모두 골라라. (단, 완전제곱식을 이용하여라.)

보기

㉠ $x^2 - 3x + 5 = 0$

㉡ $x^2 + 4x + 2 = 0$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

해설

㉠ $x^2 - 3x = -5$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -5 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{11}{4}$$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

㉡ $x^2 + 4x = -2$

$$x^2 + 4x + 4 = -2 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 2$$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면 $x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{3}{2}$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{3}{2} + \frac{4}{9}$$

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{35}{18}$$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$ 에서 양변에 3 을 곱하면 $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0$

$$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{16}$$

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{3}{16}$$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

8. 이차방정식 $(x+7)(x-5) = 7$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, pq 의 값을 구하면? (단, p, q 는 상수이다.)

① 43 ② 45 ③ 47 ④ 49 ⑤ 51

해설

$$(x+7)(x-5) = 7, \quad x^2 + 2x - 35 = 7$$

$$x^2 + 2x = 42, \quad (x+1)^2 = 43$$

$$p = 1, \quad q = 43$$

$$\therefore pq = 43$$

9. 이차방정식 $(x-2)(x-4) = 3$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내려고 한다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(x-2)(x-4) &= 3, x^2 - 6x = -5, \\(x-3)^2 &= 4, p = -3, q = 4, \\ \therefore p+q &= -3+4 = 1\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $3x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{6}$ 가 되었다.
 $x^2 + Ax - B = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{5 \pm \sqrt{77}}{2}$

해설

$$3x^2 + 5x + 1 = 0 \text{ 을 풀면 } x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$A = -5, B = 13$ 을 $x^2 + Ax - B = 0$ 에 대입하면

$$x^2 - 5x - 13 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{77}}{2}$$

11. $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이 이차방정식 $2x^2 + 3x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$2x^2 + 3x + k = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times k}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8k}}{4}$$

$$9 - 8k = 17$$

$$\therefore k = -1$$

12. 이차방정식 $x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{6}$

해설

양변에 6을 곱하면

$$6x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{6}$$

13. 십의 자리의 수가 4인 두 자리의 정수가 있다. 이 수는 이 수의 일의 자리의 수보다 2만큼 작은 수의 제곱과 같을 때, 이 수는 얼마인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 49

해설

일의 자리 수를 x 라 하면

$$40 + x = (x - 2)^2$$

$$x^2 - 5x - 36 = 0$$

$$(x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x \geq 0)$$

따라서 구하는 수는 $40 + 9 = 49$ 이다.

14. 차가 5인 두 자연수의 곱이 126일 때, 두 수 중 작은 수로 알맞은 것을 고르면?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$x(x+5) = 126$$

$$x^2 + 5x - 126 = 0$$

$$(x+14)(x-9) = 0$$

$$x = 9 \text{ 또는 } x = -14$$

따라서 x 는 자연수이므로 $x = 9$ 이다.

15. 어떤 양수를 제공한 후에 8을 뺀 값을 계산하려고 했는데 잘못하여 어떤 수에 4배를 한 후에 8을 빼었더니 원래 구하려고 했던 답보다 12가 작아졌다. 처음 구하려고 했던 값은?

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

어떤 양수를 x 라 하면

$$4x - 8 = (x^2 - 8) - 12, x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

따라서 원래 구하려고 했던 값은 $6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$ 이다.

16. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0 과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응된다.
- ⑤ 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

해설

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한 소수이다.
- ② 두 무리수 $-\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 두 정수 -1 과 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수) 이다.
- ⑤ 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.

해설

④ $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 무리수와 무리수의 합은 유리수가 될 수도 있다.

18. 다음 중 수직선 위에서 $-\sqrt{10}$ 과 3 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 무리수는 무수히 많다.
- ② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
- ③ 정수는 6 개가 있다.
- ④ 자연수는 3 개가 있다.
- ⑤ 실수는 무수히 많다.

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{10} < -3$ 이므로 범위는 $-3.\times\times\times \sim 3$

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다. → 실수 중 유리수만이 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다. → 1, 2. 두 개 있다.

19. $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $-\sqrt{6}$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 &= (x+y)(x-y) \\&= \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\&\quad \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\&= \left(\frac{2\sqrt{3}}{2} \right) \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{2} \right) \\&= \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

20. $x^2 - 4xy + 4y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 0, (x - 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2y$$

$\frac{x^2 + y^2}{xy}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(2y)^2 + y^2}{2y \times y} = \frac{5y^2}{2y^2} = \frac{5}{2}$$

21. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $5x^2 - 10xy + 5y^2 = 2x - 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x - y$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?(단, $x + y \neq 0$)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

해설

$$\text{좌변: } 5(x^2 - 2xy + y^2) = 5(x - y)^2,$$

$$\text{우변: } 2x - 2y = 2(x - y)$$

$$5(x - y) = 2 \quad (\because x \neq y),$$

$$x - y = \frac{2}{5}$$

22. 서로 다른 숫자(1~9)가 적힌 n 장의 카드가 있다. 이 카드를 이용하여 만들 수 있는 두 자리의 자연수가 56개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}n(n-1) &= 56 \text{ 이므로} \\n^2 - n - 56 &= 0 \\ \therefore n &= 8 (\because n > 0)\end{aligned}$$

23. n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개 일 때, 대각선이 모두 35개인 다각형을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 십각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$\therefore n = 10 (\because n > 0)$$

따라서 십각형이다.

24. $x > y > 0$ 이고, $(x-y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\sqrt{5}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

해설

$$(x-y)^2 = xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = xy$$

$x^2 - 3xy + y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0 \text{ 에서 } \frac{x}{y} \text{ 을 } t \text{ 로 치환하면}$$

$$t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y} \right)$$

$$x > y > 0 \text{ 이므로 } \frac{x}{y} > 1$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$