

1. 어떤 자연수에 2.57 을 곱해야 할 것을 잘못하여 2.57 을 곱했더니 정답과 답의 차가 0.7 이 되었다. 그 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

어떤 자연수를 라고 하면

$$\text{} \times 2.5\dot{7} - \text{} \times 2.57 = 0.7$$

$$\text{} \times (2.5\dot{7} - 2.57) = 0.7$$

$$\text{} \times 0.00\dot{7} = 0.7$$

$$\therefore \text{} = 100$$

2. 어떤 수에 $4.\dot{2}$ 를 곱해야 할 것을 잘못 보고 4.2를 곱하였더니 계산 결과가 정답보다 0.6 이 작게 나왔다. 바른 답은?

① 108 ② 112 ③ 114 ④ 118 ⑤ 123

해설

어떤 수 : x

$$4.\dot{2}x - 4.2x = 0.6$$

$$\frac{2}{90}x = \frac{54}{90} \quad \therefore x = 27$$

$$\text{바른 계산 : } 4.\dot{2} \times 27 = 114$$

3. $\frac{5}{36}, \frac{13}{36}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.\dot{3}, y + 0.\dot{3}$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}\frac{5}{36} &= x - \frac{3}{9} \\ \therefore x &= \frac{5}{36} + \frac{3}{9} = \frac{17}{36} \\ \frac{13}{36} &= y + \frac{3}{9} \\ \therefore y &= \frac{13}{36} - \frac{3}{9} = \frac{1}{36} \\ \frac{x}{y} &= \frac{\frac{17}{36}}{\frac{1}{36}} = 17\end{aligned}$$

4. $a < 0$ 일 때, 부등식 $ax - 3 > 2$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < \frac{5}{a}$

해설

$$ax - 3 > 2$$

$$ax > 5$$

$$a < 0 \text{ 이므로 } x < \frac{5}{a}$$

5. $-1 + a < 1$ 일 때, $3ax - 4a \leq 6x - 8$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \geq \frac{4}{3}$

해설

$-1 + a < 1$ 이므로 $a - 2 < 0$

$3ax - 4a \leq 6x - 8$

$3(a - 2)x \leq 4(a - 2)$

$\therefore x \geq \frac{4}{3} \quad (\because a - 2 < 0)$

6. 0 이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대해서 $a > b, ab < 0, bc < 0$ 의 관계일 때, $4(-a + 3b - c)x \geq 13(3b + c) - 13(a + 2c)$ 을 만족하는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

해설

$ab < 0$ 이므로 a 와 b 의 부호는 서로 다르다. $bc < 0$ 이므로 b 와 c 의 부호는 서로 다르다. $a > b$ 이므로 a 가 양수이고 b 가 음수가 된다. b 와 c 의 부호가 서로 다르므로 c 의 부호는 양수이다.

즉, $a > 0, b < 0, c > 0$ 이다.

따라서 $a - 3b + c > 0$ 임을 알 수 있다.

$$4(-a + 3b - c)x \geq 13(3b + c) - 13(a + 2c)$$

$$-4(a - 3b + c)x \geq 13(-a + 3b - c)$$

$$-4(a - 3b + c)x \geq -13(a - 3b + c)$$

$$-4x \geq -13$$

$$x \leq \frac{13}{4} = 3.25$$

3.25 보다 작은 자연수이므로 1, 2, 3 이 된다.

7. 다음 부등식 $\frac{2x-3}{3} + 1 < -\frac{3x}{2} + 2x$ 의 해가 $\frac{x}{2} - 1 < -\frac{3}{2}x - a$ 의 해와 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{2x-3}{3} + 1 < -\frac{3x}{2} + 2x \text{에서 } x < 0$$

$$\frac{x}{2} - 1 < -\frac{3}{2}x - a \text{에서 } x < \frac{1-a}{2}$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{1-a}{2} = 0$$

$$\therefore a = 1$$

8. x 에 관한 부등식 $5 - \frac{ax+2}{4} > \frac{6+x}{3}$ 의 해가 $4(x-5) > 5x-23$ 의 해와 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$4(x-5) > 5x-23$$

$$4x-20 > 5x-23$$

$$-x > -3$$

$$x < 3$$

$$5 - \frac{ax+2}{4} > \frac{6+x}{3} \text{의 양변에 12를 곱하면}$$

$$60 - 3(ax+2) > 4(6+x)$$

$$60 - 3ax - 6 > 24 + 4x$$

$$4x + 3ax < 30$$

$$(3a+4)x < 30$$

$$\text{두 부등식의 해가 서로 같으므로 } 3a+4 > 0 \text{이고 해는 } x < \frac{30}{3a+4}$$

$$\frac{30}{3a+4} = 3$$

$$3a+4 = 10$$

$$\therefore a = 2$$

9. x 에 관한 부등식 $\frac{2-x}{6} - \frac{a+x}{4} < 3$ 의 해가 $3\left(\frac{4}{3}x-2\right) > 2x-1$ 의 해와 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{89}{6}$

해설

$$\frac{2-x}{6} - \frac{a+x}{4} < 3 \text{에서 } x > \frac{32+3a}{-5}$$

$$3\left(\frac{4}{3}x-2\right) > 2x-1 \text{에서 } x > \frac{5}{2}$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{32+3a}{-5} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a = -\frac{89}{6}$$

10. 현재 어머니의 나이는 50살이고, 민우의 나이는 12살이다. 몇 년 후부터 어머니의 나이가 민우의 나이의 2배 이하가 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26년

해설

$50 + x \leq 2(12 + x)$ 을 풀면 $26 \leq x$

11. 민용이는 마을도서관에서 토요일마다 책을 빌린다. 대출 기간은 1주이다. 민용이는 이번 주 토요일에 책을 2권 빌렸다. 한 권은 257 쪽 짜리 수필집이고, 다른 한 권은 302 쪽짜리 수학 서적이다. 빌린 다음 날부터 읽기 시작하여 매일 일정한 양만큼 읽는다면 하루에 몇 쪽 이상을 읽어야 반납하기 전날까지 두 권 모두 읽을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 쪽

▷ 정답 : 94 쪽

해설

민용이가 읽어야 할 분량은 모두 $257 + 302 = 559$ (쪽) 이고, 반납 전까지 책을 읽을 수 있는 날수는 6 일이다. 따라서 강식이 하루에 읽어야 하는 분량을 x 쪽이라고 하면 $6x \geq 559$, 즉 $x \geq 93.1\dots$ 이므로 민용이는 하루에 94 쪽 이상 읽어야 한다.

12. 검은색 공이 50 개, 흰색 공이 40 개 든 통이 있다. 한 번에 검은색 공은 4 개씩, 흰색 공은 3 개씩 동시에 꺼낼 때, 남아 있는 흰 공의 개수가 검은 공의 개수보다 많아지는 것은 몇 번째부터 인지 구하여라.

▶ 답 : 번째

▷ 정답 : 11 번째

해설

x 번 꺼냈다고 하면
4 개씩 꺼낸 후 검은 바둑돌의 개수 : $50 - 4x$
3 개씩 꺼낸 후 흰 바둑돌의 개수 : $40 - 3x$
 $50 - 4x < 40 - 3x$
 $10 < x$
∴ 11 번째부터

13. 희재는 완구와 역전에서 만나기로 했는데 30 분 일찍 도착하여 그 사이 서점에서 책을 보러 가려고 한다. 서점에 책을 보는 시간은 15 분이고 희재는 시속 4km로 걸어간다고 할 때, 희재는 몇 km 이내의 서점을 가야 하는지 구하여라.

▶ 답: km

▶ 정답: 0.5km

해설

책을 보는 데 15 분이므로 이동시간이 15 분 이하이어야 한다.
역전에서 서점까지의 거리를 x km 라고 할 때 왕복 $2x$ km 이다.

$$\frac{2x}{4} \leq \frac{1}{4}, x \leq \frac{1}{2}$$

0.5 km 이내의 서점을 이용해야 한다.

14. 등산을 하는데 올라갈 때는 시속 2km, 내려올 때는 시속 3km로 걸어서 전체 걸리는 시간을 3시간 이내로 하려고 한다. 몇 km 지점까지 올라갔다 내려오면 되겠는가?

① 3.3km

② 3.4km

③ 3.5km

④ 3.6km

⑤ 3.7km

해설

올라갈 때, 내려올 때 거리를 x 라 하면

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} \leq 3, 5x \leq 18$$

$$\therefore x \leq \frac{18}{5} \text{ (km)}$$

따라서 3.6km까지 올라갔다 내려오면 된다.

15. 고속버스가 출발하기 전에 1 시간 반의 여유가 있어서, 이 시간 동안 시속 4km 로 매점까지 걸어가서 음료수를 사오려고 한다. 음료수를 사는데 15 분의 시간이 걸린다면 역에서 몇 km 이내에 있는 상점을 이용하면 되는지 구하여라. (단, 왕복 경로는 동일하고, 같은 속도로 왕복한다.)

▶ 답: km

▶ 정답 : 2.5km

해설

음료수를 사는 데 15 분의 시간이 걸리므로 음료수를 사오는 시간이 1 시간 15 분 이하이어야 한다.

역에서 상점까지의 거리를 x km 라고 하면 왕복 거리는 $2x$ km 이다.

$$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$$

$$\frac{2x}{4} \leq \frac{5}{4}, x \leq \frac{5}{2}$$

2.5 km 이내에 있는 상점을 이용하면 된다.

16. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{6}$ 을 만족하는 x 의 값을 순환소수로 나타내면?

- ① 0.83 ② 0.8 $\dot{3}$ ③ 0.8 $\dot{3}$ ④ 0.88 ⑤ 0.88

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} \\ &= -x + 1 \end{aligned}$$

이므로 주어진 방정식은 $-x + 1 = \frac{1}{6}$ 이다.

따라서 $x = \frac{5}{6} = 0.83333\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 0.8 $\dot{3}$ 이다.

17. $\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} = 0.\overline{abcd}$ 일 때, $|a - b + c + d|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 1$$

$$\text{즉, } 21cd - 21 = 2157 \text{ 이므로}$$

$$21cd = 2157 + 21 = 2178$$

$$\therefore c = 7, d = 8$$

$$\therefore |a - b + c + d| = |2 - 1 + 7 + 8| = 16$$

18. 자연수 a, b 에 대하여 $a + b > 0$, $ab > 0$ 이고 a, b 는 서로소이다.
이러한 조건을 만족시키는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b} = 4.\dot{x} = \frac{120}{9y+z}$ 일 때,
 $x + 2y + 3z$ 의 값을 구하여라.(단, x, y, z 는 한자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$$\frac{a}{b} = 4.\dot{x} = \frac{36+x}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{36+x}{9} = \frac{120}{9y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로}$$

$$\frac{(36+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{108+3x}{27} = \frac{120}{9y+z}$$

$$108+3x=120$$

$$\therefore x=4$$

$$9y+z=27$$

$$\therefore y=2, z=9$$

$$x+2y+3z=4+4+27=35$$

19. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?

- ㉠ $-\frac{8y}{x^2}$ ㉡ $\frac{8y}{x^2}$ ㉢ $-\frac{8y}{x}$ ㉣ $-\frac{y}{x^2}$ ㉤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 에서 $a = 3, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned}
 & \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b \\
 &= \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4 y^2\right)^3 \times (xy)^4 \\
 &= \frac{x^6 y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12} y^6} \times \frac{x^4 y^4}{1} \\
 &= -\frac{8y}{x^2}
 \end{aligned}$$

20. $(-3x^a)^b = -27x^{18}$ 을 만족하는 a, b 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$(-4a^4b^2)^2 \div 8a^4b^2 \div (-a)^3$

▶ 답 :

▷ 정답 : -108

해설

$$(-3x^a)^b = -27x^{18} \Rightarrow (-3x^a)^b = (-3)^b \times x^{a \times b} \quad ,$$

$$(-3)^b \times x^{ab} = -27x^{18}$$

$$(-3)^b = -27, x^{ab} = x^{18}$$

$$\therefore b = 3, a = 6$$

$$\begin{aligned} (-4a^4b^2)^2 \div 8a^4b^2 \div (-a)^3 &= 16a^8b^4 \div 8a^4b^2 \div (-a)^3 = -2ab^2 \\ a = 6, b = 3 \text{ 이므로, } -2ab^2 &= (-2) \times 6 \times 3^2 = -108 \end{aligned}$$

21. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

22. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면 $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{1-y}$$

$z + \frac{1}{x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-1}{y-1} + \frac{y}{y-1} = 1$$

23. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 0

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} z + \frac{1}{2x} &= \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)} \\ &= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)} \\ &= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

24. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$ ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$
④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$ ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$$x^2y^2z^2 = abc \text{ 이고}$$

$$x^2 = \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$$

$$y^2 = \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$$

$$z^2 = \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$$