

1. $3(3 - a\sqrt{2}) - \sqrt{3}(a\sqrt{3} - 2\sqrt{6})$ 을 간단히 한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면?

① 2

② -2

③ 3

④ -3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & 9 - 3a\sqrt{2} - 3a + 2\sqrt{18} \\ &= (9 - 3a) + (6 - 3a)\sqrt{2} \end{aligned}$$

유리식이 되기 위해서 근호가 없어져야 한다.

$$\therefore 6 - 3a = 0, a = 2$$

2. $\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{18}}\right) + \frac{a}{\sqrt{3}}(\sqrt{12} - 3)$ 이 유리수가 될 때, 유리수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = \frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{6}} - \sqrt{2} \times \frac{10}{3\sqrt{2}} + 2a - \frac{3}{\sqrt{3}}a \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{10}{3} + 2a - \sqrt{3}a \\ &= \sqrt{3}\left(\frac{2}{3} - a\right) - \frac{10}{3} + 2a \end{aligned}$$

유리수가 되기 위해서는 $\frac{2}{3} - a = 0$ 이므로

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

3. $12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) = a\sqrt{2} + b\sqrt{10}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -11

② -5

③ 10

④ 17

⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} & 12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) \\ &= 36\sqrt{10} - 12\sqrt{2} - 8\sqrt{10} + \sqrt{2} = -11\sqrt{2} + 28\sqrt{10} \\ &\therefore a = -11, b = 28 \rightarrow a + b = -11 + 28 = 17 \end{aligned}$$

4. $2a + 8\sqrt{3} - 7 - 4a\sqrt{3}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2a + 8\sqrt{3} - 7 - 4a\sqrt{3} = 2a - 7 + (8 - 4a)\sqrt{3}$$

주어진 식이 유리수가 되기 위해서는 $8 - 4a$ 의 값이 0이 되어야 한다.

$$8 - 4a = 0 \quad \therefore a = 2$$

5. x 가 유리수 일 때, $(2 + x\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 x 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{2}{3}$

해설

식 $(2 + x\sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = 6 - 2\sqrt{2} + 3x\sqrt{2} - 2x$ 가 유리수가 되어야
하므로 $-2\sqrt{2} + 3x\sqrt{2} = 0$ 이 되어야 한다. 따라서 $-2 + 3x = 0$
이므로 $x = \frac{2}{3}$ 이다.

6. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.

즉, $x = y$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

7. 유리수 a, b 에 대하여 " $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면 $a = b = 0$ 이다."라는 성질을 이용하여 $x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2}(1 - 3\sqrt{2})$ 을 만족시키는 두 유리수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 수로 바르게 짝지어진 것은?

풀이과정

$$x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 6$$

좌변으로 이항하여 정리하면

$$x + 3y + 6 + (2x + 5y - 1)\sqrt{2} = 0$$

문제에 주어진 성질에 의하여

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

이 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \boxed{}, y = \boxed{}$$

$$\text{따라서, } x + y = \boxed{}$$

- ① $x = 13, y = 33, x + y = 20$
 ② $x = 23, y = -13, x + y = 10$
 ③ $x = -33, y = 13, x + y = -20$
 ④ $x = 33, y = -13, x + y = 20$
 ⑤ $x = 33, y = 13, x + y = 43$

해설

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$2 \times \textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 을 하면, } y = -13$$

$$\text{이것을 } \textcircled{㉠} \text{ 에 대입하면, } x = 33$$

$$\text{따라서 } x + y = 20 \text{ 이다.}$$

8. 다음의 A 의 값이 유리수일 때, 유리수 a 의 값과 A 의 값을 모두 바르게 말한 것은?

$$A = \sqrt{24} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{6} \right) - \frac{a}{\sqrt{2}} (\sqrt{32} - 2)$$

① $-2, -1$

② $-2, -4$

③ $-2, 2$

④ $-1, -8$

⑤ $2, -20$

해설

$$\text{i) } \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} - \sqrt{24} \times \sqrt{6} - \frac{a}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} + \frac{a}{\sqrt{2}} \times 2$$

$$= \sqrt{8} - \sqrt{4} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} - \sqrt{16}a + a\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}(2+a) - 12 - 4a$$

a 는 유리수이므로 값이 유리수가 되기 위해서는 $2+a=0$ $\therefore$

$$a = -2$$

ii) $\sqrt{2}(2+a) - 12 - 4a$ 에 $a = -2$ 를 대입하면

$$\sqrt{2}(2-2) - 12 - 4 \times (-2) = -12 + 8 = -4$$

9. 다음 식의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 x 의 값을 구하여라.

$$\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+x(2-\sqrt{3})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -5$

해설

$\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+x(2-\sqrt{3})=3-5\sqrt{3}+2x-x\sqrt{3}$ 이므로 유리식이 되기 위해서는 근호가 없어져야 한다. 따라서 $-5\sqrt{3}-x\sqrt{3}=0$ 이 되기 위해서 $x=-5$ 이어야 한다.

10. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

11. 유리수 a 에 대하여 $\frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정할 때, a 의 값을 모두 구하면?

① 1, 2

② 2, 3

③ 3, 4

④ 3, 5

⑤ 4, 5

해설

분모를 유리화 시키면

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+a-5)(a\sqrt{3}+3)}{(a\sqrt{3}-3)(a\sqrt{3}+3)} \\ &= \frac{9a+6\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}-5a\sqrt{3}-15}{3a^2-9} \end{aligned}$$

가 유리수가 되어야 하므로 분자의

$6\sqrt{3}-5a\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}=0$ 이 되어야 한다.

$a^2-5a+6=0$ 이고, 이차방정식 $a^2-5a+6=0$ 을 인수분해하면
 $(a-3)(a-2)=0$ 이므로 $a=3$ 또는 $a=2$ 이다.

12. $\sqrt{3}(3 - 5\sqrt{2}) - 5(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) = a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -7

② 7

③ 14

④ 21

⑤ 28

해설

$$3\sqrt{3} - 5\sqrt{6} - 10\sqrt{6} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 15\sqrt{6}$$

$$\therefore a + b = 8 - 15 = -7$$

13. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$ 이고 유리수 a , b 에 대하여 $bx + ay = x + 2y$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 2$

해설

주어진 식에 x , y 를 각각 대입하면

$$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$$

양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면

$$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore ab = 2$$

14. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6

② 4

③ -4

④ -6

⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

15. $2\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{6}\right) - \frac{a}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2} - 2)$ 가 유리수가 되도록 유리수 a 의 값을 정하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$2\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{6} \times \sqrt{6} - \frac{a}{\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} + \frac{a}{\sqrt{2}} \times 2$$

$$= 2\sqrt{2} - 12 - 4a + a\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}(2 + a) - 12 - 4a$$

유리수가 되기 위해서 $a + 2 = 0$

$$\therefore a = -2$$