

1. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\sqrt{a-b}$ 를 구하여라.
(단, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

$$6 = \sqrt{36}, 8 = \sqrt{64},$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{63}, a = 63,$$

$$\sqrt{b} = \sqrt{37}, b = 37,$$

$$\sqrt{a-b} = \sqrt{63-37} = \sqrt{26}$$

2. 세 수 $a = \sqrt{8}$, $b = 2 + \sqrt{2}$, $c = 3$ 의 대소 관계를 나타내면?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $c < a < b$

④ $c < b < a$

⑤ $b < a < c$

해설

$3 = \sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{8} < 3$, $b - c = 2 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2} - 1 > 0$ 이므로
 $b > c$

$\therefore a < c < b$

3. 다음 세 수 $a = 4 - \sqrt{7}$, $b = 2$, $c = 4 - \sqrt{8}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < a < c$

④ $b < c < a$

⑤ $c < a < b$

해설

$$1 < a < 2 \text{ 이고}$$

$$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$$

$$4 - \sqrt{9} < 4 - \sqrt{8} < 4 - \sqrt{4}$$

$$\therefore 1 < 4 - \sqrt{8} < 2$$

$$\therefore 1 < c < 2$$

$$a - c = (4 - \sqrt{7}) - (4 - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

4. $\sqrt{3} \times \sqrt{9} \times \sqrt{27} \times \sqrt{15} \times \sqrt{20} \times \sqrt{21}$ 을 간단히 하면?

① $90\sqrt{7}$

② $270\sqrt{7}$

③ $810\sqrt{7}$

④ 90

⑤ 270

해설

(준식)

$$= \sqrt{3} \times 3 \times 3 \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times 2 \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7}$$

$$= 81 \times 5 \times 2 \sqrt{7}$$

$$= 810 \sqrt{7}$$

5. 옳은 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{㉠} \sqrt{2} \times \sqrt{32} = 8$$

$$\textcircled{㉡} 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉢} 7\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -14$$

$$\textcircled{㉤} 3\sqrt{10} \times 4\sqrt{\frac{2}{5}} = 24$$

$$\textcircled{1} \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{2} \textcircled{㉠}, \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{3} \textcircled{㉠}, \textcircled{㉤}$$

$$\textcircled{4} \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉤}$$

$$\textcircled{5} \textcircled{㉠}, \textcircled{㉢}, \textcircled{㉤}$$

해설

$$\textcircled{㉡} 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3 \times 2} = 2\sqrt{6}$$

6. 다음의 두 식 A , B 에 대하여 $A + B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$
$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$

$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$

$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

7. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$$\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2} = a - a - a = -a$$

8. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-4a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-16a^2$

② $-4a$

③ $2a$

④ $4a$

⑤ $16a^2$

해설

$$\sqrt{(-4a)^2} = 4a$$

9. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10

② -5

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

$$x = \pm 2, y = \pm 3$$

$$x - y = -1, 5, -5, 1$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

10. $\sqrt{\frac{13-a}{3}} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$$\sqrt{\frac{13-a}{3}} = \frac{\sqrt{13-a} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2$$

$$\sqrt{13-a} \times \sqrt{3} = 6$$

$$\sqrt{13-a} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 1$$

11. $\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화 하였더니 $2\sqrt{6}$ 이 되었다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

해설

$$\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{a}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2a}}{2} = 2\sqrt{2a} = 2\sqrt{6}$$

따라서 $2a = 6$ 이므로 $a = 3$ 이다.

12. $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하면 $\frac{\sqrt{21}}{2a}$ 이 된다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{21}}{2a}$$

$$\therefore a = 3$$

13. $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = a\sqrt{6}$ 이고 $\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = b\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① $\frac{\sqrt{6}}{6}$

② $\frac{\sqrt{6}}{4}$

③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = a\sqrt{6} \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{2} = b\sqrt{2} \quad \therefore b = 3$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 3} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

14. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$

② $\frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ac}$

③ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$

④ $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$

⑤ $\frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{ac}$

해설

③ $\sqrt{\frac{a}{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$

15. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{4000}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a^5b^3

해설

$$\sqrt{4000} = \sqrt{2^5 \times 5^3} = (\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{5})^3 = a^5b^3$$

16. $\sqrt{\frac{60}{432}}$ 을 $\frac{\sqrt{b}}{a}$ 의 꼴로 나타낼 때, 자연수 a, b 의 합 $a+b$ 를 구하여라.
(단, 근호 안의 수는 가장 작은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=11$

해설

$$\sqrt{\frac{60}{432}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times 5}{2^4 \times 3^3}} = \sqrt{\frac{5}{2^2 \times 3^2}} = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

$$\therefore a=6, b=5$$

$$\therefore a+b=6+5=11$$

17. $y = a\sqrt{x}$ 가 $x = 4$ 일 때, $y = 8$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$8 = a\sqrt{4}$$

$$8 = a \times 2$$

$$\therefore a = 4$$

18. 다음 중 부등호가 다른 하나는?

① $6\sqrt{3} \square 2\sqrt{3}$

② $2 + \sqrt{3} \square \sqrt{5} + 1$

③ $\sqrt{2} - 1 \square 1 - \sqrt{2}$

④ $\sqrt{5} - 2 \square 0$

⑤ $-4 \square -\sqrt{16}$

해설

①, ②, ③, ④ : >

⑤ : =

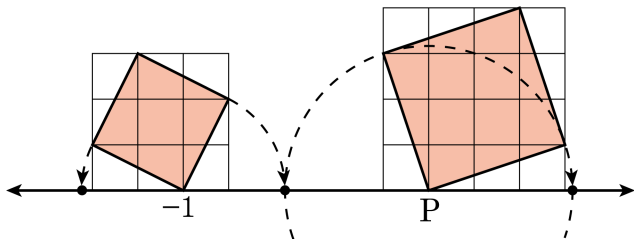
19. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{9}$ 와 $\sqrt{16}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 서로 다른 무리수 사이에는 무수히 많은 정수들이 있다.

해설

정수는 서로 다른 두 수 사이에 유한개 존재한다.

20. 넓이가 5 와 10 인 정사각형 2 개를 그림과 같이 놓았을 때, 점 P 의 좌표를 구하면?



① $-1 - \sqrt{5} - \sqrt{10}$

② $-1 + \sqrt{5} - \sqrt{10}$

③ $-1 - \sqrt{5} + \sqrt{10}$

④ $-1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

⑤ $1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$

해설

$$P = -1 + \sqrt{9-4} + \sqrt{16-6} = -1 + \sqrt{5} + \sqrt{10}$$

21. 다음 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이거나 순환소수이다.
- ② 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 무리수이다.
- ④ 무한소수는 무리수이다.
- ⑤ 무한소수는 순환소수이다.

해설

유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

22. a 의 값의 범위가 $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$ 의 식을 간단히 하면?

① 0

② $-2a - 4$

③ -4

④ $-2a$

⑤ $2a$

해설

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \geq 0 \text{ 일 때, } & a \\ a < 0 \text{ 일 때, } & -a \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2} = -a + 2 - a - 2 = -2a$$

23. 4 의 제곱근을 a , 25 의 제곱근을 b 라고 할 때 a^2b^2 의 값은 무엇인가?

① -10

② 10

③ 50

④ -100

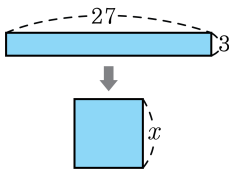
⑤ 100

해설

$$a^2 = 4, b^2 = 25$$

$$a^2b^2 = 4 \times 25 = 100$$

24. 다음 그림과 같이 가로가 27이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $27 \times 3 = 81$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 81$ 을 만족하여야 한다. 즉, 81의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 81의 제곱근은 ± 9 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 9가 된다.

25. $a < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

② $-\sqrt{-a^2} = -a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

⑤ $\sqrt{a^2} = a$

해설

$a < 0$ 인 경우, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

① $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

② 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

③ a

⑤ $-a$

26. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ 1과 4사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.
- ④ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ⑤ π 는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

- ① ○ 1과 2사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② ○ 2와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ 1과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울수는 없다
- ④ ○ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
- ⑤ π 는 3.14... 인 무리수이므로 3과 4사이에 존재한다.

27. $-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = n\sqrt{10}$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = -3$

해설

$$-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = -3\sqrt{30} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{10}$$

따라서 $n = -3$ 이다.

28. $2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ 을 계산하면?

① $3\sqrt{2}$

② $6\sqrt{3}$

③ $12\sqrt{5}$

④ $12\sqrt{6}$

⑤ $20\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \\ &= 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \sqrt{5} \\ &= 20\sqrt{5}\end{aligned}$$

29. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

$$12, 0.4, \frac{1}{16}, 0.\dot{4}, \frac{4}{25}$$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

12 의 제곱근 $\pm\sqrt{12}$

0.4 의 제곱근 $\pm\sqrt{0.4}$

$\frac{1}{16}$ 의 제곱근 $\pm\frac{1}{4}$

$0.\dot{4}$ 의 제곱근 $\pm\frac{2}{3}$

$\frac{4}{25}$ 의 제곱근 $\pm\frac{2}{5}$

30. 분모를 유리화한다고 할 때, $\frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{3 \times \square}{3\sqrt{2} \times \square}$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{6}$

⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \square = \sqrt{2}$$

31. 다음 수를 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

② $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

③ $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

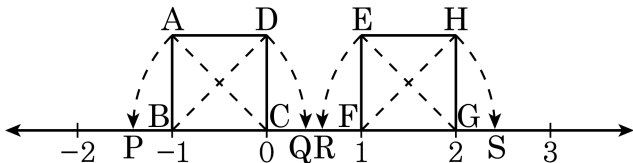
④ $\sqrt{500} = 5\sqrt{10}$

⑤ $\sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$

해설

④ $\sqrt{500} = 10\sqrt{5}$

32. 다음 수직선 위의 점 P, Q, R, S 중에서 $-\sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



① P

② Q

③ R

④ S

⑤ 답이 없다.

해설

대각선의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 0 에서 대각선의 길이만큼 왼쪽으로 간 지점이 $-\sqrt{2}$ 이다.

33. 다음 무리수가 아닌 수는?

① $\sqrt{8}$

② $\sqrt{10}$

③ $-\sqrt{0.01}$

④ $\sqrt{3} + 3$

⑤ $\sqrt{3} - 1$

해설

③ $-\sqrt{0.01} = -0.1$

34. 부등식 $\frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5 \Rightarrow \frac{1}{6} < \sqrt{x} < \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{36} < x < \frac{25}{9} \therefore x = 1, 2$$

35. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $-\sqrt{3} < -2$

② $\sqrt{(-3)^2} < \sqrt{(-2)^2}$

③ $-\sqrt{12} < -4$

④ $3 < \sqrt{8}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2}$

해설

① $-\sqrt{3} > -2 (= -\sqrt{4})$

② $\sqrt{(-3)^2} (= 3) > \sqrt{(-2)^2} (= 2)$

③ $-\sqrt{12} > -4 (= -\sqrt{16})$

④ $3 (= \sqrt{9}) > \sqrt{8}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2} \left(= -\sqrt{\frac{1}{4}} \right)$

36. $\sqrt{38-n}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 7 개

해설

$$38 - n = 36 \Rightarrow n = 2$$

$$38 - n = 25 \Rightarrow n = 13$$

$$38 - n = 16 \Rightarrow n = 22$$

$$38 - n = 9 \Rightarrow n = 29$$

$$38 - n = 4 \Rightarrow n = 34$$

$$38 - n = 1 \Rightarrow n = 37$$

$$38 - n = 0 \Rightarrow n = 38$$

따라서 $n = 7$ 개이다.

37. 다음 중 $\sqrt{13+x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 가 아닌 것은?

① 3

② 12

③ 23

④ 36

⑤ 50

해설

⑤ $\sqrt{13+50} = \sqrt{63}$

38. 18 에 자연수 a 를 곱하여 $\sqrt{18a}$ 가 자연수가 되도록 할 때, a 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\sqrt{18a} = \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times a}, a = 2$$

39. $-5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned} -5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}} &= -5 \times \sqrt{\frac{7 \times 26 \times 2}{7 \times 13}} \\ &= -5\sqrt{4} = -10 \end{aligned}$$

40. $-2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}}$ 을 간단히 하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$-2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$= -2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11} \times \sqrt{2}} \times 4\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -8$$

41. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{9a^2}$ 을 간단히 하면?

① $-11a$

② $-7a$

③ $-5a$

④ $-a$

⑤ a

해설

$$\sqrt{4a^2} - \sqrt{9a^2} = 2a - 3a = -a$$