

1. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -3 과 3 사이에 있도록 하는 정수 a 의 개수는?(단, $f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 로 두고 풀어라.)

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이

-3 과 3 사이에 있으면

(i) $D > 0$, (ii) $f(-3) > 0$, (iii) $f(3) > 0$, (iv) 대칭축이 -3 과 3 사이에 있다.

(i) $D > 0$ 에서 $\frac{D}{4} = a^2 - 4 > 0$

$(a - 2)(a + 2) > 0$

$\therefore a < -2, a > 2$

(ii) $f(-3) > 0$ 에서

$f(-3) = 9 + 6a + 4 > 0, 6a > -13$

$\therefore a > -\frac{13}{6}$

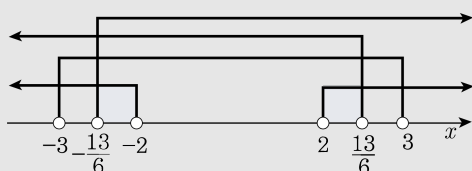
(iii) $f(3) > 0$ 에서

$f(3) = 9 - 6a + 4 > 0, 13 > 6a, \therefore \frac{13}{6} > a$

(iv) 대칭축의 방정식 $x = -\frac{(-2a)}{2} = a$ 에서

$-3 < a < 3$

(i), (ii), (iii), (iv)에서 a 값의 범위를 수직선으로 나타내면 다음 그림과 같다.



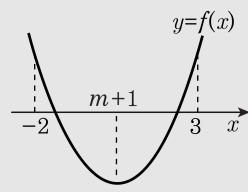
$\therefore -\frac{13}{6} < a < -2, 2 < a < \frac{13}{6}$ 이고 이 범위에 있는 정수는 없다.

2. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0$ 의 두 실근이 -2 와 3 사이에 있을 때, 정수 m 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 2개

해설


$$f(x) = x^2 - 2(m+1)x + m+3 \text{ 으로 놓으면}$$

(i) $\frac{D}{2} = (m+1)^2 - (m+3) \geq 0$ 에서

$$(m-1)(m+2) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -2 \text{ 또는 } m \geq 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

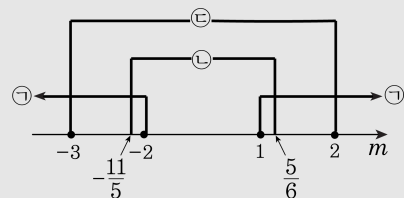
(ii) $f(-2) = 5m + 11 > 0$ 에서

$$m > -\frac{11}{5} \text{ ,}$$

$$f(3) = 6 - 5m > 0 \text{ 에서 } m < \frac{6}{5}$$

$$\therefore -\frac{11}{5} < m < \frac{6}{5} \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

(iii) 대칭축의 위치



$$-2 < m + 1 < 3$$

$$\therefore -3 < m < 2 \quad \dots\dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{L}, \textcircled{E} \text{에서 } -\frac{11}{5} < m \leq -2 \text{ 또는 } 1 \leq m < \frac{6}{5}$$

따라서, 정수 m 은 $-2, 1$ 두 개다.

3. 이차방정식 $x^2 + 2kx + k = 0$ 의 두 근이 모두 -1 과 1 사이에 있기 위한 k 값의 범위가 $a < k \leq b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$D/4 = k^2 - k \geq 0, k(k-1) \geq 0, \therefore k \leq 0, k \geq 1$$

$$f(x) = x^2 + 2kx + k \text{라 하면}$$

$$f(-1) = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

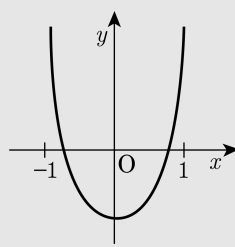
$$f(1) = 1 + 3k > 0 \therefore k > -\frac{1}{3}$$

$$\text{대칭축 } x = -k \text{ 이므로 } -1 < -k < 1$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < k \leq 0$$

$$\therefore ab = 0$$



4. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 근은 0 과 2 사이에 있을 때 정수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x) = x^2 + ax + b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1) = 1 - a + b > 0 & \dots \textcircled{1} \\ f(0) = b < 0 & \dots \textcircled{2} \\ f(2) = 4 + 2a + b > 0 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{3}$ 하면 $6 + 3b > 0$

$\therefore b > -2$

이것과 $\textcircled{2}$ 에서 $-2 < b < 0$

$\therefore b = -1$ ($\because b$ 는 정수)

이 값을 $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 에 대입하면

$1 - a - 1 > 0, 4 + 2a - 1 > 0$

$\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$

$\therefore a = -1$ ($\because a$ 는 정수)

$\therefore a = -1, b = -1, a + b = -2$