1. 이차방정식 $x^2-2ax+4=0$의 서로 다른 두 근이 -3과 3 사이에 있도록 하는 정수 a의 개수는?(단, $f(x)=x^2-2ax+4$로 두고 풀어라.)

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2-2ax+4=0$ 의 서로 다른 두 근이
-3과 3 사이에 있으면
(ⅰ) $D>0$, (ⅱ) $f(-3)>0$, (ⅲ) $f(3)>0$, (ⅳ) 대칭축이 -3과 3 사이에 있다.

(ⅰ) $D>0$에서 $\frac{D}{4}=a^2-4>0$

$(a-2)(a+2)>0$

$\therefore a<-2,\ a>2$

(ⅱ) $f(-3)>0$에서

$f(-3)=9+6a+4>0,\ \ 6a>-13$

$\therefore a>-\frac{13}{6}$

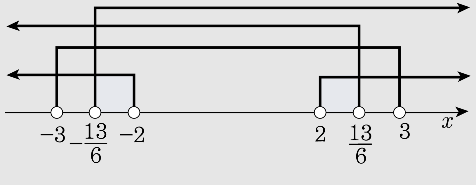
(ⅲ) $f(3)>0$에서

$f(3)=9-6a+4>0,\ 13>6a,\ \ \therefore \frac{13}{6}>a$

(ⅳ) 대칭축의 방정식 $x=-\frac{(-2a)}{2}=a$ 에서

$-3<a<3$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에서 a값의 범위를 수직선으로 나타내면 다음 그림과 같다.



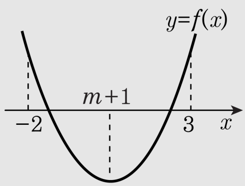
$\therefore\ -\frac{13}{6}<a<-2,\ 2<a<\frac{13}{6}$ 이고 이 범위에 있는 정수는 없다.

2. 이차방정식 $x^2-2(m+1)x+m+3=0$의 두 실근이 -2와 3사이에 있을 때, 정수 m의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 2 개

해설



$f(x)=x^2-2(m+1)x+m+3$ 으로 놓으면

(i) $\frac{D}{4}=(m+1)^2-(m+3)\geq 0$ 에서

$(m-1)(m+2)\geq 0$

$\therefore m\leq -2$ 또는 $m\geq 1$ $\cdots\cdots$ ㉠

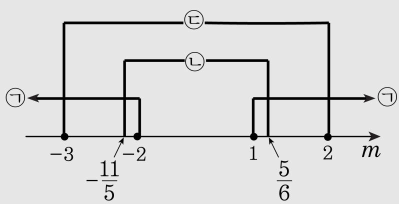
(ii) $f(-2)=5m+11>0$ 에서

$m>-\frac{11}{5}$,

$f(3)=6-5m>0$ 에서 $m<\frac{6}{5}$

$\therefore -\frac{11}{5}<m<\frac{6}{5}$ $\cdots\cdots$ ㉡

(iii) 대칭축의 위치



$-2<m+1<3$

$\therefore -3<m<2$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-\frac{11}{5}<m\leq -2$ 또는 $1\leq m<\frac{6}{5}$

따라서, 정수 m은 $-2,\ 1$두 개다.

3. 이차방정식 $x^2+2kx+k=0$의 두 근이 모두 -1과 1사이에 있기 위한 k값의 범위가 $a<k\le b$라 할 때, ab의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$D/4 = k^2-k \ge 0, k(k-1) \ge 0, \therefore k \le 0, \quad k \ge 1$

$f(x)=x^2+2kx+k$라 하면

$f(-1)=1-k>0$

$\therefore \ k<1$

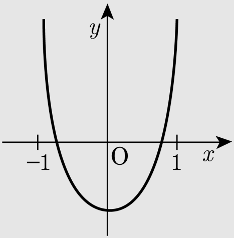
$f(1)=1+3k>0 \therefore \ k>-\frac{1}{3}$

대칭축 $x=-k$ 이므로 $-1<-k<1$

$\therefore \ -1<k<1$

$\therefore -\frac{1}{3}<k\le 0$

$\therefore \ ab=0$



4. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근은 -1과 0 사이에 있고, 다른 근은 0과 2 사이에 있을 때 정수 a, b에 대하여, $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x)=x^2+ax+b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1)=1-a+b>0 & \cdots ① \\ f(0)=b<0 & \cdots ② \\ f(2)=4+2a+b>0 & \cdots ③ \end{cases}$$

① $\times 2+$ ③하면 $6+3b>0$

$\therefore\ b>-2$

이것과 ②에서 $-2<b<0$

$\therefore\ b=-1$ ($\because\ b$는 정수)

이 값을 ①, ③에 대입하면

$1-a-1>0,\ 4+2a-1>0$

$\therefore\ -\frac{3}{2}<a<0$

$\therefore\ a=-1$ ($\because\ a$는 정수)

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ a+b=-2$