

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = 6$

② $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 5\sqrt{3}$

④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = -7\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{8} + \sqrt{20} - \sqrt{18} - \sqrt{45} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{(-3)^2}$
 $= 2 \times \{ -(-3) \} = 6$

② $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{6}{3}} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
 $= 5\sqrt{3}$

④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = 3 \times 2 - 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 \times 2$
 $= -7\sqrt{2}$

⑤ (좌변) $= (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) + (\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}) = 0$

2. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면 $a + b\sqrt{c}$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 13$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{3 + 2\sqrt{6} + 2}{3 - 2} \\ &= 5 + 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$\therefore a = 5, b = 2, c = 6$ 이므로

$$a + b + c = 5 + 2 + 6 = 13$$

3. $a > 0$, $x = a - \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 4} - x$ 를 a 로 나타내면?

- ① $\frac{2}{a}$ ② $-\frac{2}{a}$ ③ a ④ $2a$ ⑤ $-2a$

해설

$$\sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4} = \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2}$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $\sqrt{x^2 + 4} = a + \frac{1}{a}$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 4} - x = \left(a + \frac{1}{a}\right) - \left(a - \frac{1}{a}\right) = \frac{2}{a}$$

4. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

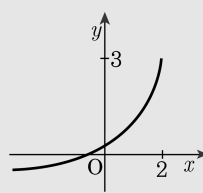
$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3$, $b = 5$
 $\therefore a + b = 8$

5. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

- ① 1, 2 사분면
- ② 1, 4 사분면
- ③ 1, 2, 3 사분면
- ④ 2, 3, 4 사분면
- ⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

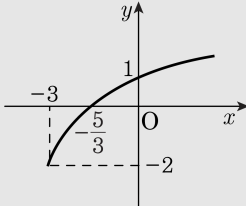
꼭지점이 (2,3)이고 (0,1)을 지나므로
∴ 1,2,3 사분면을 지난다.



6. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?
- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
 - ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
 - ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
 - ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
 - ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

- ① $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면
 $y = \sqrt{14}-2$
따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14}-2\right)$ 를 지난다.
- ② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$
따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.
- ③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은
 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.
- ④ $y = \sqrt{9+3x}-2 = \sqrt{3(x+3)}-2$ 이므로
 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -3 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.
- ⑤ $y = \sqrt{9+3x}-2$ 의 그래프는
그림과 같으므로
제4 사분면을 지나지 않는다.



7. 정의역이 $\{x \mid x < 2\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{10-3x}{x-2}$, $g(x) = 2\sqrt{5-x} + 7$ 에 대하여 $(g \circ f)(-2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$ 이므로

$(g \circ f)(-2) = g(f(-2))$

$$f(-2) = \frac{10-3 \cdot (-2)}{-2-2} = -4$$

$$\therefore (g \circ f)(-2) = g(-4) = 2\sqrt{5-(-4)} + 7 = 13$$

8. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$, $x = \sqrt{y+1}$ 의 교점의 좌표를 구하면?

① $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{3}, \frac{1+\sqrt{5}}{3}\right)$

② $\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2+\sqrt{5}}{2}\right)$

③ $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

④ $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

⑤ $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

해설

두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $x = \sqrt{y+1}$ 은

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

$y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x$ 의 교점을 구하면 된다.

$\therefore \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

9. $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2 - (x-y)^2$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{3}$

④ $-2\sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x+y &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \\&= \sqrt{5} \\x-y &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} \\&= \sqrt{2} - \sqrt{3} \\(x+y)^2 - (x-y)^2 &= 5 - (5 - 2\sqrt{6}) = 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

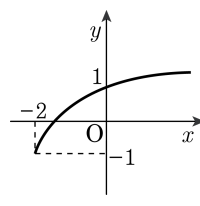
10. 무리함수 $y = \sqrt{a-x} - 1$ 의 그래프가 원점을 지나고 정의역이 $\{x \mid x \leq \alpha\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq \beta\}$ 일 때, $a + \alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 무리함수의 그래프가
점 $(0, 0)$ 을 지나므로
 $0 = \sqrt{a-1}$
 $\therefore a = 1$
즉, 주어진 무리함수는 $y = \sqrt{1-x} - 1$ 이고
 $1-x \geq 0$ 에서 $x \leq 1$ 이므로
정의역은 $\{x \mid x \leq 1\}$
 $\therefore \alpha = 1$
또, $y = \sqrt{1-x} - 1$ 에서
 $y+1 = \sqrt{1-x} - 1$ 이므로 $y+1 \geq 0$
치역은 $\{y \mid y \geq -1\}$
 $\therefore \beta = -1$
 $\therefore a + \alpha + \beta = 1$

11. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는

함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로

c 만큼 평행 이동시킨 것이므로

$$b = 2, c = -1$$

$$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$$

한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a\sqrt{0+2} - 1$$

$$\therefore a = \sqrt{2}$$

따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와

x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

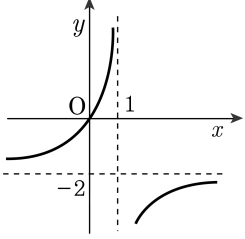
$$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$$

$$\sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

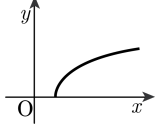
$$x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

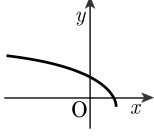
12. 함수 $y = \frac{bx+c}{ax-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은?



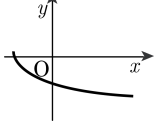
①



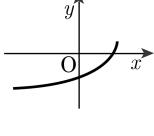
②



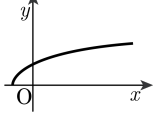
③



④



⑤



해설

점근선이 $x = 1, y = -2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-1} - 2 \cdots \textcircled{1}$$

①이 원점을 지나므로 $(0, 0)$ 을 대입하면,

$$\therefore k = -2$$

$$y = \frac{-2}{x-1} - 2 = \frac{-2x}{x-1}$$

$$\text{따라서 } a = 1, b = -2, c = 0$$

$$\therefore y = \sqrt{ax+b}+c = \sqrt{x-2}$$

따라서 개형은 ①이다.

13. $3 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a + \frac{2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{2}$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } a + \frac{2}{b} &= 1 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}} \\ &= 1 + \frac{2(2 + \sqrt{2})}{2} \\ &= 3 + \sqrt{2}\end{aligned}$$

14. $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2} + 1, (x-1)^2 = (\sqrt{2})^2 \text{에서} \\ x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ (\text{준식}) &= (x^2 - 2x - 1)(x^2 + 2) + 3 \\ &= 0 \times (x^2 + 2) + 3 = 3 \end{aligned}$$

15. m 이 유리수일 때, $\frac{2\sqrt{2}+m-5}{\sqrt{2}m-3}$ 가 유리수가 되도록 하는 m 의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{2\sqrt{2}+m-5}{\sqrt{2}m-3} &= \frac{(m-5+2\sqrt{2})(-3-\sqrt{2}m)}{(-3+\sqrt{2}m)(-3-\sqrt{2}m)} \\ &= \frac{-7m+15}{9-2m^2} - \frac{m^2-5m+6}{9-2m^2} \cdot \sqrt{2}\end{aligned}$$

가 유리수이므로

$$\frac{m^2-5m+6}{9-2m^2} = 0$$

$$\therefore m^2-5m+6=0 \quad \therefore m=2, 3$$