1. $x : y = 1 : 3$일 때, $\dfrac{x^2 + y^2}{x(x + y)}$의 값을 구하면?

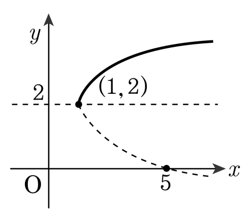
① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

해설

$y = 3x$

$\dfrac{x^2 + (3x)^2}{x(x + 3x)} = \dfrac{10x^2}{4x^2} = \dfrac{5}{2}$

2. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?



① $y = 2 - \sqrt{x-1}$

② $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$

해설

$y = \sqrt{ax}\ (a > 0)$ 의 그래프를
x축으로 1, y 축으로 2만큼 평행이동한
그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2(a > 0)$ 꼴이다.
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이$(1,\ 2)$ 이고 변역은 $x \geq 1,\ y \geq 2$ 이므로
$x = a(y-2)^2 + 1$
점 $(5,\ 0)$을 지나므로
$5 = a(0-2)^2 + 1 \ \rightarrow \ a = 1$
$x = (y-2)^2 + 1 \ \rightarrow \ y = 2 + \sqrt{x-1}$

3. 함수 $f(x) = \sqrt{2x-4}$ 에 대하여 $(f \circ f)(52)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(f \circ f)(x) = f(f(x))$
$f(52) = \sqrt{2 \cdot 52 - 4} = 10$
$\therefore\ (f \circ f)(52) = f(10) = \sqrt{2 \cdot 10 - 4} = 4$

4. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.(단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k(k \neq 0)$ 로 놓으면

$a = 2k,\ b = 3k,\ c = 4k$

$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$

$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$

5. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

Ⅰ. $y = \frac{2x-5}{x-2}$
Ⅱ. $y = \frac{2}{x-1}$
Ⅲ. $y = \frac{3x+4}{x+1}$
Ⅳ. $y = \frac{2x}{x-1}$

① Ⅰ, Ⅱ　　② Ⅰ, Ⅳ　　③ Ⅱ, Ⅳ
④ Ⅱ, Ⅲ　　⑤ Ⅰ, Ⅱ, Ⅳ

해설

$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$

이므로 $y = \frac{k}{x-p} + q$

꼴로 정리 했을 때, $k = 2$ 이면
평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

Ⅰ. $y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$
$\therefore k = -1$

Ⅱ. $y = \frac{2}{x-1}$ $\therefore k = 2$

Ⅲ. $y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1}$ $\therefore k = 1$

Ⅳ. $y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$ $\therefore k = 2$

6. 분수함수 $y = \dfrac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$일 때, $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \dfrac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\dfrac{b}{a}$, $y = \dfrac{c}{a}$ 이므로

주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$이다.

$\therefore 2 + (-3) = -1$

7. 함수 $y=-\frac{1}{x}+1$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

① $y=\frac{1}{1-x}$ ② $y=\frac{1}{1+x}$ ③ $y=\frac{x}{1-x}$
④ $y=\frac{1+x}{x}$ ⑤ $y=\frac{x}{1+x}$

해설

$y=-\frac{1}{x}+1$ 에서 $\frac{1}{x}=1-y$

$1=(1-y)x$, $x=\frac{1}{1-y}$

$\therefore\ y=\frac{1}{1-x}$

8. $y=\sqrt{4x-12}+5$ 의 그래프는 함수 $y=2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a, y 축으로 b만큼 평행이동한 것이다.$a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y=2\sqrt{x-3}+5$ 이므로,
이것은 $y=2\sqrt{x}$ 의 그래프를
x 축 방향으로 3만큼,
y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a=3,\ b=5$
$\therefore\ a+b=8$

9. $1 \le x \le 5$ 에서 함수 $y = -\sqrt{3x+1} + 4$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\sqrt{3x+1} + 4 = -\sqrt{3\left(x + \frac{1}{3}\right)} + 4$

주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x = 1$ 일 때, 최댓값 $a = -\sqrt{3+1} + 4 = 2$

$x = 5$ 일 때, 최솟값 $b = -\sqrt{15+1} + 4 = 0$

$\therefore\ a - b = 2 - 0 = 2$

10. 분수함수 $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ 의 그래프가 두 직선 $y=x+m$, $y=-x+n$ 에 대하여 대칭일 때, $m+n$ 의 값을 구하면? (단, $m,\ n$은 상수)

① -3　② 0　③ 3　④ 6　⑤ 9

해설

$y=\dfrac{3x+1}{x-1}=\dfrac{3(x-1)+4}{x-1}=\dfrac{4}{x-1}+3$이므로

주어진 분수함수의 그래프는 두 점근선

$x=1,\ y=3$ 의 교점 $(1,\ 3)$ 을 지나고

기울기가 ±1 인 직선에 대칭이다.

즉, 두 직선 $y=x+m,\ y=-x+n$ 은

점 $(1,\ 3)$ 을 지나므로

$3=1+m,\ 3=-1+n$ 에서

$m=2,\ n=4 \therefore\ m+n=6$

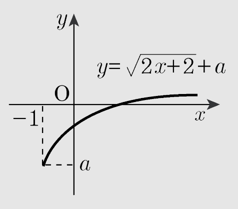
11. 함수 $y = \sqrt{2x+2} + a$ 의 그래프가 제 1 , 3 , 4 사분면을 지나도록 하는 정수 a의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = \sqrt{2x+2} + a = \sqrt{2(x+1)} + a$
주어진 함수는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이 함수의 그래프가 제 1 , 3 , 4 사분면을 지나려면 $x = 0$ 일 때, $y < 0$이어야 한다.



$\sqrt{2} + a < 0$ 이므로 $a < -\sqrt{2}$
따라서 정수 a의 최댓값은 -2이다.

12. $y = \sqrt{x-1} + 2$의 역함수는?

① $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 2)$
② $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$
③ $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 1)$
④ $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 1)$
⑤ $y = x^2 - 3x + 2 (x \geq 3)$

해설

$y - 2 = \sqrt{x-1}$ 에서 $\sqrt{x-1} \geq 0$ 이므로 $y \geq 2$
또 양변을 제곱하면, $(y-2)^2 = x - 1$
$\therefore\ x = y^2 - 4y + 5\ (y \geq 2)$
x와 y를 바꾸면 $y = x^2 - 4x + 5\ (x \geq 2)$

13. 한 학생이 1년 동안 구입한 참고서와 교양서적을 비교하였더니, 1학기에는 1 : 3의 비율로 구입하고 2학기에는 5 : 3의 비율로 구입하여 1년 동안 구입한 비율이 3 : 5이었다. 다음 중 1년 동안 구입한 서적의 수로 볼 수 있는 것은?

① 32권 ② 40권 ③ 48권 ④ 54권 ⑤ 64권

해설

	참고서	교양서적
1학기	$\frac{a}{4}$	$\frac{3}{4}a$
2학기	$\frac{5}{8}b$	$\frac{3}{8}b$

1년 동안 구입한 서적 수의 비는

$\left(\frac{a}{4}+\frac{5}{8}b\right):\left(\frac{3}{4}a+\frac{3}{8}b\right)=3 : 5$

$\frac{10a+25b}{8}=\frac{18a+9b}{8}$, $8a=16b$

$\therefore a=2b$

1년 동안 구입한 서적의 수는

$a+b=3b$이고 b가 8의 배수이므로

$a+b$는 24의 배수이다.

따라서 서적의 수로 볼 수 있는 것은 48권이다.

14. 분수함수 $y=\dfrac{x-4}{x-1}$ 의 정의역이 $\{x \mid -2 \le x \le 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을 바르게 구한 것은?

① $\{y \mid -2 \le y \le 0\}$

② $\{y \mid -2 \le y \le 2\}$

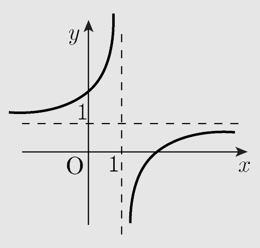
③ $\{y \mid -2 \le y \le 4\}$

④ $\{y \mid 0 \le y \le 2\}$

⑤ $\{y \mid 2 \le y \le 4\}$

해설

$y=\dfrac{x-4}{x-1}=\dfrac{(x-1)-3}{x-1}=1+\dfrac{-3}{x-1}$



$x=-2$ 일 때, $y=\dfrac{-2-4}{-2-1}=2$ 이고,

$x=0$ 일 때, $y=\dfrac{-4}{-1}=4$ 이므로,

치역은 $\{y \mid 2 \le y \le 4\}$

15. 함수 $y = \dfrac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6$, $y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = \dfrac{ax+8}{x+b} = \dfrac{8-ab}{x+b} + a$ 이고

점근선의 방정식이 $x = -b = 6$, $y = a = -1$ 이므로 $a = -1$, $b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \dfrac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.