1. $x : y = 1 : 3$ 일 때, $\dfrac{x^2 + y^2}{x(x+y)}$ 의 값을 구하면?

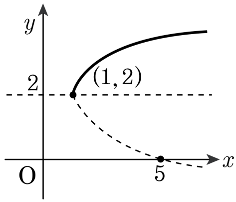
① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

해설

$y = 3x$

$$\frac{x^2 + (3x)^2}{x(x+3x)} = \frac{10x^2}{4x^2} = \frac{5}{2}$$

2. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?



① $y = 2 - \sqrt{x-1}$

② $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$

해설

$y = \sqrt{ax}\ (a > 0)$ 의 그래프를
x축으로 1, y 축으로 2만큼 평행이동한
그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2(a > 0)$ 꼴이다.
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이$(1,\ 2)$ 이고 변역은 $x \geq 1,\ y \geq 2$이므로
$x = a(y-2)^2 + 1$
점 $(5,\ 0)$을 지나므로
$5 = a(0-2)^2 + 1 \ \rightarrow \ a = 1$
$x = (y-2)^2 + 1 \ \rightarrow \ y = 2 + \sqrt{x-1}$

3. 함수 $f(x) = \sqrt{2x-4}$ 에 대하여 $(f \circ f)(52)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(f \circ f)(x) = f(f(x))$

$f(52) = \sqrt{2 \cdot 52 - 4} = 10$

$\therefore\ (f \circ f)(52) = f(10) = \sqrt{2 \cdot 10 - 4} = 4$

4. $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}(\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c}=-\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하여라.(단, p, q는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=k(k\neq 0)$ 로 놓으면

$a=2k,\ b=3k,\ c=4k$

$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c}=\frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k}=\frac{-k}{13k}=-\frac{1}{13}$

$\therefore p=13, q=1 \quad p+q=14$

5. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

Ⅰ. $y = \dfrac{2x-5}{x-2}$

Ⅱ. $y = \dfrac{2}{x-1}$

Ⅲ. $y = \dfrac{3x+4}{x+1}$

Ⅳ. $y = \dfrac{2x}{x-1}$

① Ⅰ, Ⅱ ② Ⅰ, Ⅳ ③ Ⅱ, Ⅳ

④ Ⅱ, Ⅲ ⑤ Ⅰ, Ⅱ, Ⅳ

해설

$y = \dfrac{x+1}{x-1} = \dfrac{x-1+2}{x-1} = 1 + \dfrac{2}{x-1}$

이므로 $y = \dfrac{k}{x-p} + q$

꼴로 정리 했을 때, $k = 2$ 이면

평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

Ⅰ. $y = \dfrac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \dfrac{1}{x-2}$

$\therefore k = -1$

Ⅱ. $y = \dfrac{2}{x-1}$ $\therefore k = 2$

Ⅲ. $y = \dfrac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \dfrac{1}{x+1}$ $\therefore k = 1$

Ⅳ. $y = \dfrac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \dfrac{2}{x-1}$ $\therefore k = 2$

6. 분수함수 $y=\frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x=a,\ y=b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $a+b=-1$

해설

$y=\frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x=-\frac{b}{a}$, $y=\frac{c}{a}$ 이므로

주어진 분수함수의 점근선은 $x=2,\ y=-3$ 이다.

$\therefore 2+(-3)=-1$

7. 함수 $y=-\frac{1}{x}+1$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

① $y=\frac{1}{1-x}$　② $y=\frac{1}{1+x}$　③ $y=\frac{x}{1-x}$

④ $y=\frac{1+x}{x}$　⑤ $y=\frac{x}{1+x}$

해설

$y=-\frac{1}{x}+1$ 에서 $\frac{1}{x}=1-y$

$1=(1-y)x$, $x=\frac{1}{1-y}$

$\therefore\ y=\frac{1}{1-x}$

8. $y = \sqrt{4x-12}+5$ 의 그래프는 함수 $y=2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a, y 축으로 b만큼 평행이동한 것이다.$a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y=2\sqrt{x-3}+5$ 이므로,
이것은 $y=2\sqrt{x}$ 의 그래프를
x 축 방향으로 3만큼,
y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a=3,\ b=5$
$\therefore\ a+b=8$

9. $1 \le x \le 5$ 에서 함수 $y = -\sqrt{3x+1}+4$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\sqrt{3x+1}+4 = -\sqrt{3\left(x+\frac{1}{3}\right)}+4$

주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x=1$ 일 때, 최댓값 $a = -\sqrt{3+1}+4 = 2$

$x=5$ 일 때, 최솟값 $b = -\sqrt{15+1}+4 = 0$

$\therefore\ a-b = 2-0 = 2$

10. 분수함수 $y = \dfrac{3x+1}{x-1}$ 의 그래프가 두 직선 $y = x + m$, $y = -x + n$ 에 대하여 대칭일 때, $m + n$ 의 값을 구하면? (단, m, n은 상수)

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$y = \dfrac{3x+1}{x-1} = \dfrac{3(x-1)+4}{x-1} = \dfrac{4}{x-1} + 3$이므로

주어진 분수함수의 그래프는 두 점근선

$x = 1,\ y = 3$ 의 교점 $(1,\ 3)$ 을 지나고

기울기가 ± 1 인 직선에 대칭이다.

즉, 두 직선 $y = x + m,\ y = -x + n$ 은

점 $(1,\ 3)$ 을 지나므로

$3 = 1 + m,\ 3 = -1 + n$ 에서

$m = 2,\ n = 4 \therefore\ m + n = 6$

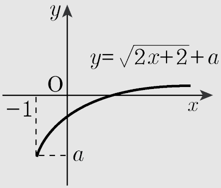
11. 함수 $y = \sqrt{2x+2} + a$ 의 그래프가 제 1 , 3 , 4 사분면을 지나도록 하는 정수 a의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = \sqrt{2x+2} + a = \sqrt{2(x+1)} + a$
주어진 함수는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이 함수의 그래프가 제 1 , 3 , 4 사분면을 지나려면 $x = 0$ 일 때, $y < 0$ 이어야 한다.



$\sqrt{2} + a < 0$ 이므로 $a < -\sqrt{2}$
따라서 정수 a의 최댓값은 -2 이다.

12. $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수는?

① $y = x^2 + 4x + 3(x \geq 2)$

② $y = x^2 - 4x + 5(x \geq 2)$

③ $y = x^2 + 4x + 3(x \geq 1)$

④ $y = x^2 - 4x + 5(x \geq 1)$

⑤ $y = x^2 - 3x + 2(x \geq 3)$

해설

$y - 2 = \sqrt{x-1}$ 에서 $\sqrt{x-1} \geq 0$ 이므로 $y \geq 2$

또 양변을 제곱하면, $(y-2)^2 = x - 1$

$\therefore\ x = y^2 - 4y + 5\ (y \geq 2)$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x^2 - 4x + 5\ (x \geq 2)$

13. 한 학생이 1년 동안 구입한 참고서와 교양서적을 비교하였더니, 1학기에는 1 : 3의 비율로 구입하고 2학기에는 5 : 3의 비율로 구입하여 1년 동안 구입한 비율이 3 : 5이었다. 다음 중 1년 동안 구입한 서적의 수로 볼 수 있는 것은?

① 32권 ② 40권 ③ 48권 ④ 54권 ⑤ 64권

해설

	참고서	교양서적
1학기	$\frac{a}{4}$	$\frac{3}{4}a$
2학기	$\frac{5}{8}b$	$\frac{3}{8}b$

1년 동안 구입한 서적 수의 비는

$$\left(\frac{a}{4}+\frac{5}{8}b\right):\left(\frac{3}{4}a+\frac{3}{8}b\right)=3\ :\ 5$$

$$\frac{10a+25b}{8}=\frac{18a+9b}{8},\ 8a=16b$$

$\therefore a=2b$

1년 동안 구입한 서적의 수는

$a+b=3b$이고 b가 8의 배수이므로

$a+b$는 24의 배수이다.

따라서 서적의 수로 볼 수 있는 것은 48권이다.

14. 분수함수 $y=\dfrac{x-4}{x-1}$ 의 정의역이 $\{x \mid -2 \le x \le 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을 바르게 구한 것은?

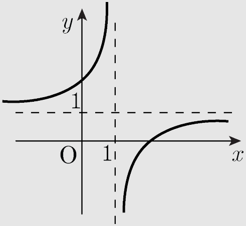
① $\{y \mid -2 \le y \le 0\}$ ② $\{y \mid -2 \le y \le 2\}$

③ $\{y \mid -2 \le y \le 4\}$ ④ $\{y \mid 0 \le y \le 2\}$

⑤ $\{y \mid 2 \le y \le 4\}$

해설

$$y=\frac{x-4}{x-1}=\frac{(x-1)-3}{x-1}=1+\frac{-3}{x-1}$$



$x=-2$ 일 때, $y=\dfrac{-2-4}{-2-1}=2$ 이고,

$x=0$ 일 때, $y=\dfrac{-4}{-1}=4$ 이므로,

치역은 $\{y \mid 2 \le y \le 4\}$

15. 함수 $y=\dfrac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x=6$, $y=-1$ 일 때, 함수 $y=\sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y=\dfrac{ax+8}{x+b}=\dfrac{8-ab}{x+b}+a$ 이고

점근선의 방정식이 $x=-b=6$, $y=a=-1$ 이므로 $a=-1$, $b=-6$

함수 $y=\sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x\le\dfrac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.