

1. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p - 1 = 0$ 의 두 근이 모두 -2 와 2 사이에 있도록 실수 p 의 값의 범위를 구하면?

- ① $p > 5, p < 1$ ② $-\frac{5}{4} < p < 1$ ③ $-5 < p < 3$
④ $p > 1, p < -1$ ⑤ $p > 5, p < -1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p - 1$ 로 놓으면
(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D > 0$ 에서
 $(p+1)^2 - 4(2p-1) > 0$, $p^2 + 2p + 1 - 8p + 4 > 0$
 $p^2 - 6p + 5 > 0$, $(p-5)(p-1) > 0$
 $\therefore p > 5, p < 1$
(ii) $f(-2) > 0$ 에서
 $4 + 2(p+1) + 2p - 1 > 0$
 $4p + 5 > 0$, $4p > -5 \quad \therefore p > -\frac{5}{4}$
(iii) $f(2) > 0$ 에서
 $4 - 2p - 2 + 2p - 1 > 0 \therefore$ 성립
(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로
 $-2 < \frac{p+1}{2} < 2 \quad -4 < p+1 < 4$
 $\therefore -5 < p < 3$
따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서
 $\therefore -\frac{5}{4} < p < 1$

2. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -3 과 3 사이에 있도록 하는 정수 a 의 개수는?(단, $f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 로 두고 풀어라.)

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이

-3 과 3 사이에 있으면

(i) $D > 0$, (ii) $f(-3) > 0$, (iii) $f(3) > 0$, (iv) 대칭축이 -3 과 3 사이에 있다.

(i) $D > 0$ 에서 $\frac{D}{4} = a^2 - 4 > 0$

$(a - 2)(a + 2) > 0$

$\therefore a < -2, a > 2$

(ii) $f(-3) > 0$ 에서

$f(-3) = 9 + 6a + 4 > 0, 6a > -13$

$\therefore a > -\frac{13}{6}$

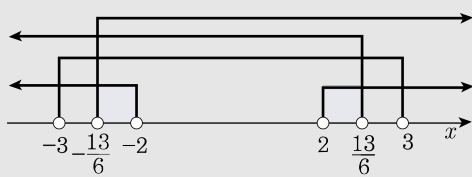
(iii) $f(3) > 0$ 에서

$f(3) = 9 - 6a + 4 > 0, 13 > 6a, \therefore \frac{13}{6} > a$

(iv) 대칭축의 방정식 $x = -\frac{(-2a)}{2} = a$ 에서

$-3 < a < 3$

(i), (ii), (iii), (iv)에서 a 값의 범위를 수직선으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore -\frac{13}{6} < a < -2, 2 < a < \frac{13}{6}$ 이고 이 범위에 있는 정수는 없다.

3. 이차방정식 $x^2 + ax + 2a - 3 = 0$ 의 두 근이 $-2, 1$ 사이에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{2}{3} < a \leq 2$ ② $-2 < a < 4$ ③ $-4 \leq a \leq 2$
④ $\frac{2}{3} < a \leq 4$ ⑤ $a \geq 6$

해설

$f(x) = x^2 + ax + 2a - 3$ 으로 놓으면
이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근이 -2 와 1
사이에 있으므로

(i) $D = a^2 - 4(2a - 3) \geq 0$ 에서
 $a^2 - 8a + 12 \geq 0$, $(a - 2)(a - 6) \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$ 또는 $a \geq 6$

(ii) $f(-2) = 4 - 2a + 2a - 3 > 0$ 에서
 $1 > 0$ 이므로 항상 성립한다.

(iii) $f(1) = 1 + a + 2a - 3 > 0$ 에서

$3a > 2 \quad \therefore a > \frac{2}{3}$

(iv) 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 축의

방정식이 $x = -\frac{a}{2}$ 이므로

$-2 < -\frac{a}{2} < 1$

$\therefore -2 < a < 4$

따라서 a 의 값의 범위는 $\frac{2}{3} < a \leq 2$

4. 이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$ 의 두 근이 -1 과 2 사이에 있도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 2$ 또는 $a < -2$

③ $-2 < a < 4$

⑤ $a > \frac{5}{2}$ 또는 $a < -2$

② $2 < a < \frac{5}{2}$

④ $-2 < a < \frac{5}{2}$

해설

(i) 방정식이 두 근을 가지므로

$$D > 0 \text{에서 } D = a^2 - 4 > 0, (a - 2)(a + 2) > 0$$

$$\therefore a > 2 \text{ 또는 } a < -2$$

(ii) $f(-1) > 0$ 에서 $1 + a + 1 > 0$

$$\therefore a > -2$$

(iii) $f(2) > 0$ 에서 $4 - 2a + 1 > 0$

$$\therefore \frac{5}{2} > a$$

(iv) 대칭축이 -1 과 2 사이에 있어야 하므로

$$-1 < \frac{a}{2} < 2$$

$$\therefore -2 < a < 4$$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서 $2 < a < \frac{5}{2}$