1. 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2p-1=0$의 두 근이 모두 -2와 2사이에 있도록 실수 p의 값의 범위를 구하면?

① $p>5, p<1$ ② $-\frac{5}{4}<p<1$ ③ $-5<p<3$

④ $p>1, p<-1$ ⑤ $p>5, p<-1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2p-1$로 놓으면

(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 D >0에서

$(p+1)^2-4(2p-1)>0,\ \ p^2+2p+1-8p+4>0$

$p^2-6p+5>0,\ \ (p-5)(p-1)>0$

$\therefore\ \ p>5,\ \ p<1$

(ii) $f(-2)>0$에서

$4+2(p+1)+2p-1>0$

$4p+5>0,\ \ 4p>-5 \quad \therefore\ \ p>-\frac{5}{4}$

(iii) $f(2)>0$에서

$4-2p-2+2p-1>0$ $\therefore$ 성립

(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로

$-2<\frac{p+1}{2}<2 \qquad -4<p+1<4$

$\therefore\ \ -5<p<3$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서

$\therefore\ \ -\frac{5}{4}<p<1$

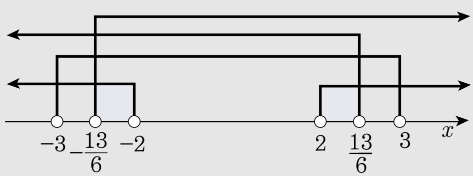
2. 이차방정식 $x^2-2ax+4=0$의 서로 다른 두 근이 -3과 3 사이에 있도록 하는 정수 a의 개수는?(단, $f(x)=x^2-2ax+4$로 두고 풀어라.)

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2-2ax+4=0$ 의 서로 다른 두 근이
-3과 3 사이에 있으면
(i) $D>0$, (ii) $f(-3)>0$, (iii) $f(3)>0$, (iv) 대칭축이 -3과 3 사이에 있다.

(i) $\mathrm{D}>0$에서 $\frac{\mathrm{D}}{4}=a^2-4>0$
$(a-2)(a+2)>0$
$\therefore a<-2,\ a>2$
(ii) $f(-3)>0$에서
$f(-3)=9+6a+4>0,\ \ 6a>-13$
$\therefore a>-\frac{13}{6}$
(iii) $f(3)>0$에서
$f(3)=9-6a+4>0,\ 13>6a,\quad \therefore \frac{13}{6}>a$
(iv) 대칭축의 방정식 $x=-\frac{(-2a)}{2}=a$ 에서
$-3<a<3$
(i), (ii), (iii), (iv)에서 a값의 범위를 수직선으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore\ -\frac{13}{6}<a<-2,\ 2<a<\frac{13}{6}$ 이고 이 범위에 있는 정수는 없다.

3. 이차방정식 $x^2 + ax + 2a - 3 = 0$ 의 두 근이 -2, 1 사이에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $\frac{2}{3} < a \le 2$ ② $-2 < a < 4$ ③ $-4 \le a \le 2$
④ $\frac{2}{3} < a \le 4$ ⑤ $a \ge 6$

해설

$f(x) = x^2 + ax + 2a - 3$ 으로 놓으면
이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근이 -2 와 1
사이에 있으므로
(i) $D = a^2 - 4(2a - 3) \ge 0$ 에서
$a^2 - 8a + 12 \ge 0$, $(a - 2)(a - 6) \ge 0$
$\therefore\ a \le 2$ 또는 $a \ge 6$
(ii) $f(-2) = 4 - 2a + 2a - 3 > 0$ 에서
$1 > 0$ 이므로 항상 성립한다.
(iii) $f(1) = 1 + a + 2a - 3 > 0$ 에서
$3a > 2 \quad \therefore\ a > \frac{2}{3}$
(iv) 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 축의
방정식이 $x = -\frac{a}{2}$ 이므로
$-2 < -\frac{a}{2} < 1$
$\therefore\ -2 < a < 4$
따라서 a 의 값의 범위는 $\frac{2}{3} < a \le 2$

4. 이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$ 의 두 근이 -1과 2 사이에 있도록 상수 a의 값의 범위를 구하면?

① $a > 2$ 또는 $a < -2$

② $2 < a < \frac{5}{2}$

③ $-2 < a < 4$

④ $-2 < a < \frac{5}{2}$

⑤ $a > \frac{5}{2}$ 또는 $a < -2$

해설

(i) 방정식이 두 근을 가지므로

$D > 0$에서 $D = a^2 - 4 > 0$, $(a-2)(a+2) > 0$

$\therefore\ a > 2$ 또는 $a < -2$

(ii) $f(-1) > 0$에서 $1 + a + 1 > 0$

$\therefore\ a > -2$

(iii) $f(2) > 0$ 에서 $4 - 2a + 1 > 0$

$\therefore\ \frac{5}{2} > a$

(iv) 대칭축이 -1과 2 사이에 있어야 하므로

$-1 < \frac{a}{2} < 2$

$\therefore\ -2 < a < 4$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서 $2 < a < \frac{5}{2}$