

1. 실수 x, y 에 대하여 연산 $\odot$ 를 $x \odot y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}y + \sqrt{2}xy$ 라 하자. 등식 $(a \odot 2) + (2a \odot 1) = b\sqrt{3} + 20\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 14

② 17

③ 21

④ 23

⑤ 25

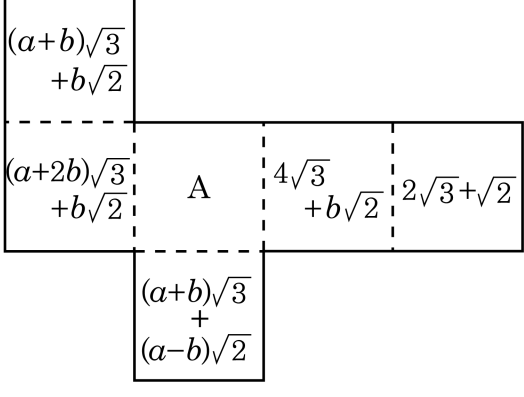
해설

$$\begin{aligned} & (a \odot 2) + (2a \odot 1) \\ &= \sqrt{3}a + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}a + 2\sqrt{3}a + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}a \\ &= (a + 2 + 2a + 1)\sqrt{3} + (2a + 2a)\sqrt{2} \\ &= (3a + 3)\sqrt{3} + 4a\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$b = 3a + 3, \quad 4a = 20 \text{ 이므로 } a = 5, \quad b = 18$$

$$\therefore a + b = 23$$

2. 다음 그림은 정육면체를 전개한 것이다. A 면을 밑면으로 하여 정육면체를 만들면 마주보는 면에 있는 수는 서로 같다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수이다.)

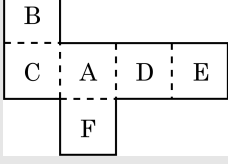


▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

정육면체의 전개도



마주보는 면에 있는 수는 서로 같다.

B면과 F면 마주하게 되므로

$$(a+b)\sqrt{3} + b\sqrt{2} = (a+b)\sqrt{3} + (a-b)\sqrt{2}$$

$$a-b=b$$

$$\therefore a=2b$$

또한 C면과 D면 마주하게 되므로

$$(a+2b)\sqrt{3} + b\sqrt{2} = 4\sqrt{3} + b\sqrt{2}$$

$$a+2b=4$$

$$\therefore b=1, a=2$$

$$\therefore a+b=3$$

3. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

② $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{4}}{\sqrt{4}}$

③ $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

④ $1 + \sqrt{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

해설

①, ②, ③, ④ $1 + \sqrt{3}$, ⑤ $1 + \sqrt{2}$

4. $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} + b\sqrt{6}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}(2-4\sqrt{3})}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - (\sqrt{2}-2\sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &a = -7, \quad b = 4 \\ &\therefore ab = -28 \end{aligned}$$

5. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

6. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3}-1)a+2b=0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=0$

▷ 정답 : $b=0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a+(-a+2b)=0$ 이므로 $a=0, b=0$

7. $a + \sqrt{2}, 3 + b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$$\text{합 : } (a + \sqrt{2}) + (3 + b\sqrt{2}) = 3 + a + \sqrt{2} + b\sqrt{2}$$

$$\text{곱 : } (a + \sqrt{2})(3 + b\sqrt{2}) = 3a + ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2b$$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어져야 하므로

$$\text{합 : } \sqrt{2} + b\sqrt{2} = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\text{곱 : } ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0 \quad \therefore a = 3$$

8. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$