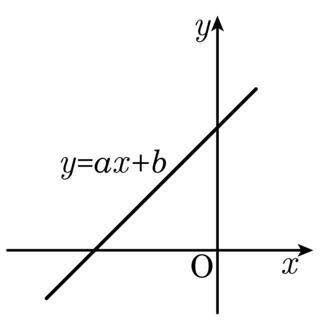
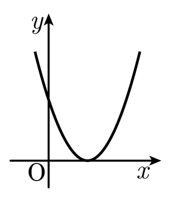
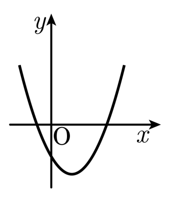
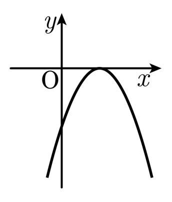
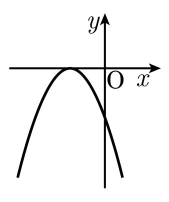
1. 다음 보기는 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = bx^2 - ax - ab$ 의 그래프는?

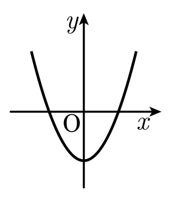


①


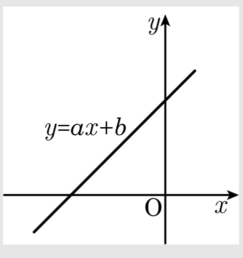
②


③


④


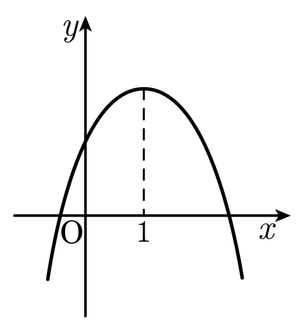
⑤


해설



의 그래프는 오른쪽 위로 향하므로 기울기도 양수이고 y 절편이 양수이다.
따라서 $a > 0$, $b > 0$ 이므로 $y = bx^2 - ax - ab$ 에서 $b > 0$ 이므로 아래로 볼록하고,
$\frac{a}{b} > 0$ 이므로 축이 y 축의 오른쪽에 있고, $-ab < 0$ 이므로 y 절편이 음수인 그래프이다.

2. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a, b, a+b+1$ 의 부호로 바른 것은?



① $a > 0,\ b < 0,\ a+b+1 > 0$

② $a > 0,\ b < 0,\ a+b+1 < 0$

③ $a < 0,\ b < 0,\ a+b+1 < 0$

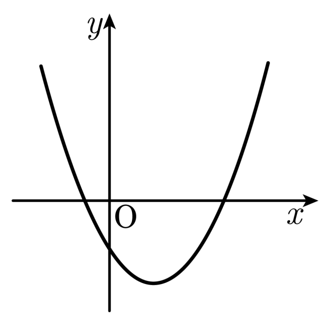
④ $a < 0,\ b > 0,\ a+b+1 < 0$

⑤ $a < 0,\ b > 0,\ a+b+1 > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
$x = 1$ 일 때, $a + b + 1 > 0$ 이다.

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

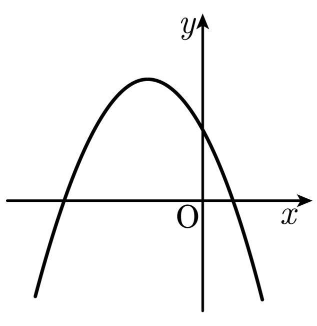
해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

4. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳은 것은?



① $a > 0$ ② $b > 0$ ③ $ab < 0$

④ $c > 0$ ⑤ $abc < 0$

해설

위로 볼록 $a < 0$

축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0$, $b < 0$

y 절편 $c > 0$

따라서 $abc > 0$이다.

5. $12(3\sqrt{10}-\sqrt{2})-\sqrt{2}(8\sqrt{5}-1)=a\sqrt{2}+b\sqrt{10}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b는 유리수이다.)

① -11　② -5　③ 10　④ 17　⑤ 23

해설
$12(3\sqrt{10}-\sqrt{2})-\sqrt{2}(8\sqrt{5}-1)$
$=36\sqrt{10}-12\sqrt{2}-8\sqrt{10}+\sqrt{2}=-11\sqrt{2}+28\sqrt{10}$
$\therefore\ a=-11, b=28 \to a+b=-11+28=17$

6. $\sqrt{3}(3-5\sqrt{2})-5(2\sqrt{6}-\sqrt{3})=a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

① -7 ② 7 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

$3\sqrt{3}-5\sqrt{6}-10\sqrt{6}+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}-15\sqrt{6}$

$\therefore a+b=8-15=-7$

7. 이차방정식 $x^2-6x+a=-3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은?

① 3 ② 6 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x=b$를 가지면

$x^2-6x+a=-3 \leftrightarrow (x-b)^2=0$

$x^2-6x+a+3=0 \leftrightarrow x^2-2bx+b^2=0$

$-6=-2b, a+3=b^2$

$b=3,\ a=6$

$\therefore ab=18$

8. 이차방정식 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 k의 값과 중근 a 의 값이 옳게 짝지어진 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k = -1$	㉡ $k = 0$	㉢ $k = 1$
㉣ $a = -1$	㉤ $a = 0$	㉥ $a = 1$

① ㉠, ㉥　② ㉢, ㉥　③ ㉡, ㉤　④ ㉠, ㉣　⑤ ㉢, ㉣

해설

중근을 가지려면, $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$k^2 = -3k^2 + 4$, $4k^2 = 4, k^2 = 1$

$\therefore k = \pm 1$

$k = \pm 1$ 을 주어진 방정식에 대입하면 $x^2 \pm 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x \pm 1)^2 = 0$

$\therefore x = \pm 1$

$\therefore$ $k = 1$ 일 때, 중근 $a = 1$ 또는 $k = -1$ 일 때, 중근 $a = -1$

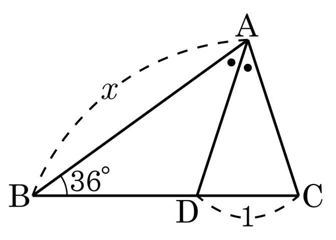
9. 길이가 5cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 2 : 3 이 되었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-10-\sqrt{6}$ ② $-10+\sqrt{6}$ ③ $-5+5\sqrt{6}$
④ $-5-5\sqrt{6}$ ⑤ $-10+5\sqrt{6}$

해설

두 변의 길이를 x cm, $(5-x)$ cm라 하면
$x^2 : (5-x)^2 = 2 : 3$
$3x^2 = 2(5-x)^2$
$x^2 + 20x - 50 = 0$
$x = -10 \pm 5\sqrt{6}$
$0 < x < 5$이므로 $x = -10 + 5\sqrt{6}$

10. $\angle A = \angle C$ 이고 $\angle B = 36°$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 한다. $\overline{DC} = 1$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\dfrac{-1+2\sqrt{5}}{2}$　② $\dfrac{2+\sqrt{5}}{2}$　③ $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
④ $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$　⑤ $\dfrac{6+\sqrt{5}}{4}$

해설

$\angle A = \angle C = 72°$
$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BD} = x-1 = \overline{DA}$
$\triangle ADC$ 도 이등변삼각형 $\overline{DA} = x-1 = \overline{AC}$
그리고 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ 이므로
$\overline{AB} : \overline{DA} = \overline{AC} : \overline{DC}$
$x : (x-1) = (x-1) : 1$,$(x-1)^2 = x,\ x^2-3x+1=0$
$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 에서 $x > 1$ 이므로 $x = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

11. 다음은 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 설명한 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

① x 축에 대하여 대칭이다.

② 제 3, 4 사분면을 지난다.

③ 아래로 볼록한 포물선이다.

④ $y = x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

해설

① y 축에 대하여 대칭이다.
③ 위로 볼록한 포물선
④ $y = x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

12. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $(-2,\ 2)$를 지난다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프 보다 폭이 좁다.

④ $y = -x^2$ 의 그래프와 x축 대칭이다.

⑤ $y = -x^2$ 의 그래프와 y축 대칭이다.

해설

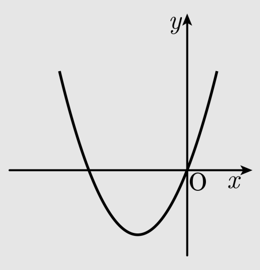
① $(-2,\ 2)$를 대입하면 성립하지 않는다.
② 아래로 볼록하다.
③ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다
⑤ $y = -x^2$ 과 x축에 대해 대칭이다.

13. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 제 1 , 2 , 3 사분면을 지날 때, a , p , q 의 부호는?

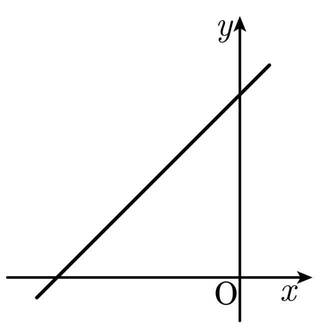
① $a < 0,\ p < 0,\ q < 0$
② $a < 0,\ p > 0,\ q < 0$
③ $a > 0,\ p < 0,\ q > 0$
④ $a > 0,\ p > 0,\ q > 0$
⑤ $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$

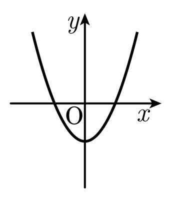
해설

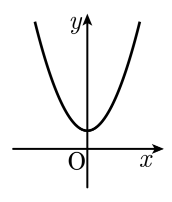
$y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같아야 하므로 $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$

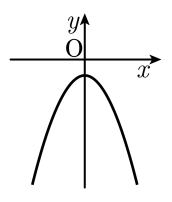


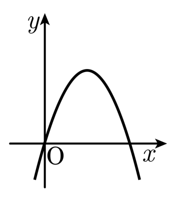
14. 다음 그림은 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 모양은?

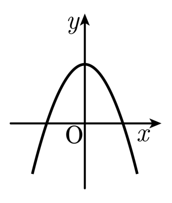


①


②


③


④


⑤


해설

일차함수 $y = ax + b$ 의 기울기는 양수이고, y 절편도 양수이므로 $a > 0$, $b > 0$ 이다.
따라서 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 y 절편이 양수인 그래프이다.

15. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

① 4　　② 8　　③ 14　　④ $4\sqrt{3}$　　⑤ $8\sqrt{3}$

해설

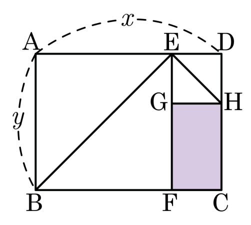
$x^2=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$, $y^2=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

$(xy)^2=x^2y^2=2^2-(\sqrt{3})^2=1$

$xy=1(\because\ x>0, y>0)$

따라서, $x^3y+xy^3=xy(x^2+y^2)=1\times4=4$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 x , 세로의 길이가 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE 와 EGHD 를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



① x ② y ③ $x+y$

④ $2x-y$ ⑤ $2y-x$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로
$\overline{GF}=y-(x-y)=2y-x, \overline{FC}=x-y$
남은 사각형의 넓이는 $(2y-x)(x-y)$ 이다.