

1. 다음 두 다항식 A , B 에 대하여 $A - B$ 를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy, B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

- ① $5x^2 - 2xy + 3y^2$ ② $5x^2 - xy - 3y^2$
③ $5x^2 + xy + 3y^2$ ④ $5x^2 + 2xy - 3y^2$
⑤ $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A - B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

2. $(x-2)+3yi=0$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$x-2=0, 3y=0$$

$$x=2, y=0 \rightarrow x+y=2$$

3. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으시오.

- ① $2+i$ 의 허수 부분은 $2i$ 이다.
- ② $-5i$ 는 순허수이다.
- ③ i^3 은 허수이다.
- ④ $1+\sqrt{3}i$ 의 켈레복소수는 $1-\sqrt{3}i$ 이다.
- ⑤ $1-\frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

- ① $2+i$ 의 허수부분 : i (×)
- ② $-5i$ 는 순허수 (○)
- ③ $i^3 = -i$ 허수 (○)
- ④ $\overline{1+\sqrt{3}i} = 1-\sqrt{3}i$ (○)
- ⑤ $1-\frac{1}{i} = 1+i$ 복소수 (×)

4. 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

두 근이 각각 α 와 β 이므로

$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 2$ 이다.

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{2}$$

5. 다음 이차함수 중 최솟값이 -2 가 되는 것은?

① $y = x^2 + 2x$

② $y = 2x^2 - 2$

③ $y = -(x + 3)^2 + 2$

④ $y = -(x - 2)^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

- ① 최솟값 -1 ③ 최댓값 2
④ 최댓값 3 ⑤ 최솟값 0

6. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = x^2 - 2x - 3 \quad (0 \leq x \leq 4)$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최댓값 5

▷ 정답: 최솟값 -4

해설

먼저, 주어진 식을 $y = a(x - m)^2 + n$ 의 꼴로 변형하여 그래프를 그린 다음 주어진 구간 안에서 가장 높은 점과 가장 낮은 점을 조사한다.

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

꼭짓점: $x = 1$ 일 때 $y = -4$

$$\text{양끝점: } \begin{cases} x = 0 \text{ 일 때 } y = -3 \\ x = 4 \text{ 일 때 } y = 5 \end{cases}$$

$x = 4$ 에서 최댓값 5, $x = 1$ 에서 최솟값 -4

7. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

8. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

9. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $13 = Q(1) + R$
 $\therefore Q(1) + R = 13$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

10. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때, $-3(m+n)$ 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 14 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x+1)Q(x) + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x-2)Q'(x) \end{aligned}$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m+n = -\frac{14}{3}, -3(m+n) = 14$$

11. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$ 가 되었다.

이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

① $-1, 0, 1$

② $-1, 1, 2$

③ $-2, -1, 1$

④ $-1, -1, -2$

⑤ $-1, 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x+y)(x-y) - 2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

12. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -3 ④ 1, 3 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} & (1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i \\ &= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i \\ &= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i \end{aligned}$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.
 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.
 $\therefore x = 1$

13. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2 - 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 - 7x + 3 = 0$

④ $2x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

14. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \dots \text{㉠} \\ x^2+y^2=5 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x=y+1$ 을 ㉡에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{를 ㉠에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{을 ㉠에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

15. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

$$\text{㉢ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

16. x 에 대한 방정식 $(a-2)(x-a) = 0$ 의 풀이 과정에서 다음 중 옳은 것은?

- ① $a=0$ 일 때, $x=2$ ② $a \neq 2$ 일 때, $x=a$
③ $a=2$ 일 때, 불능 ④ $a=0$ 일 때, 부정
⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{aligned}(a-2)(x-a) &= 0 \\ \Rightarrow a=2 \text{ 또는 } x &= a \\ \text{i) } a=2 \text{ 일 때 : 부정} \\ \text{ii) } a \neq 2 \text{ 일 때 : } x &= a\end{aligned}$$

17. 이차방정식 $|x^2 - 5| = 4x$ 의 모든 근의 합은?

- ① 5 ② 0 ③ 6 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & x^2 - 5 \geq 0 \Rightarrow x \leq -\sqrt{5} \text{ 또는 } x \geq \sqrt{5} \dots \text{㉠} \\ & x^2 - 4x - 5 = 0 \\ & (x+1)(x-5) = 0 \\ & x = -1 \text{ 또는 } 5 \\ & \Rightarrow x = 5 \text{ (}\because \text{㉠)} \\ \text{ii) } & x^2 - 5 < 0 \Rightarrow -\sqrt{5} < x < \sqrt{5} \dots \text{㉡} \\ & x^2 + 4x - 5 = 0 \\ & (x-1)(x+5) = 0 \\ & x = 1 \text{ 또는 } -5 \\ & \Rightarrow x = 1 \text{ (}\because \text{㉡)} \\ & \therefore \text{근의 합} : 6 \end{aligned}$$

18. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m + a - 2)x + m^2 + a^2 - 3b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + 3b$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

중근을 가지려면 판별식이 0이다.
 $D' = (m + a - 2)^2 - (m^2 + a^2 - 3b) = 0$
 $\Rightarrow 2m(a - 2) + 4 - 4a + 3b = 0$
 m 에 관계없이 성립하려면,
 $a = 2 \Rightarrow b = \frac{4}{3}$
 $a + 3b = 6$

19. 삼차방정식 $x^3 + mx + n = 0$ 이 중근 α 와 또 다른 실근을 가질 때, n 을 α 를 써서 나타내면?

- ① α^2 ② α^3 ③ $2\alpha^3$ ④ α^4 ⑤ $2\alpha^4$

해설

$$\begin{aligned}x^3 + mx + n &= (x - \alpha)^2(x + \beta) \\ &= (x^2 - 2\alpha x + \alpha^2)(x + \beta) \\ &= x^3 + (\beta - 2\alpha)x^2 + (\alpha^2 - 2\alpha\beta)x + \alpha^2\beta \\ &= \beta - 2\alpha = 0 \\ \text{즉, } \beta &= 2\alpha \text{ 이므로 } n = 2\alpha^3\end{aligned}$$

20. 두 다항식 $x^2 + px + q$ 와 $x^2 + qx + p$ 의 최대공약수가 $x - a$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $p = q$

② $p + q = 1$

③ $p = q + 1$

④ $pq = 1$

⑤ $p + q = -1$

해설

나머지 정리에 의해 $x = a$ 를 대입하면 $a^2 + pa + q = 0$, $a^2 + qa + p = 0$ 이다.

두식을 빼면, $(p - q)a - (p - q) = 0$, $(p - q)(a - 1) = 0 \Leftrightarrow p = q$ 또는 $a = 1$

$p = q$ 이면 최대공약수가 $x^2 + px + q$ 가 되므로, 조건에 맞지 않는다

$\therefore a = 1$ 에서 $p + q = -1$