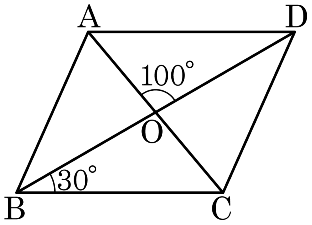
1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle AOD = 100°, \angle DBC = 30°$ 일 때, $\angle OAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad °}$

▷ **정답 :** 50 $\underline{°}$

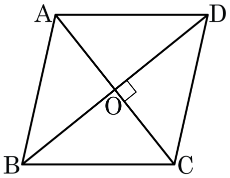
해설

$\angle ADO = \angle OBC$(엇각)

$\triangle ADO$ 에서

$\angle DAO = 180° - (100° + 30°) = 50°$

2. 다음은 '마름모의 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.' 를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 써넣어라.



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] $\boxed{}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
△ABO 와 △ADO 에서 $\overline{AB} = \boxed{}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{OB} = \boxed{}$ 이므로
△ABO ≡ △ADO ($\boxed{}$ 합동)
∴ ∠AOB = ∠AOD
이 때, ∠AOB + ∠AOD = 180° 이므로
∠AOB = ∠AOD = $\boxed{}$ 이다. ∴ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

㉠ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$	㉡ $\overline{DA}$	㉢ $\overline{OD}$	㉣ SSS
㉤ SAS	㉥ 45°	㉦ 180°	㉧ 90°

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

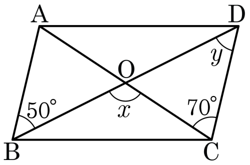
▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉧

해설

[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
△ABO 와 △ADO 에서 $\overline{AB} = \overline{DA}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로
△ABO ≡ △ADO (SSS 합동)
∴ ∠AOB = ∠AOD
이 때, ∠AOB + ∠AOD = 180° 이므로
∠AOB = ∠AOD = 90° 이다.
∴ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x, \angle y$ 를 차례로 나타내면?



① $\angle x = 100°,\ \angle y = 50°$

② $\angle x = 100°,\ \angle y = 60°$

③ $\angle x = 110°,\ \angle y = 50°$

④ $\angle x = 110°,\ \angle y = 60°$

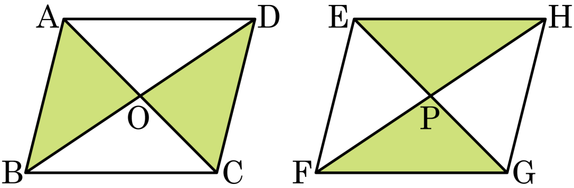
⑤ $\angle x = 120°,\ \angle y = 50°$

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB,\ \angle y = 50°$ 이고

$\angle x = \angle y + 70°,\ \angle x = 50° + 70° = 120°$ 이다.

4. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 24cm^2 일 때, 평행사변형 ABCD 와 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $24\,\text{cm}^2$

해설

평행사변형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는 전체의 절반이 된다.
평행사변형 EFGH 의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle PEF + \triangle PGH = \triangle PEH + \triangle PFG$ 이므로 전체의 절반이 된다. 그러므로 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이와 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이는 같다. 색칠한 부분의 넓이는 각각 12cm^2 이 된다. 따라서 $12 + 12 = 24(\text{cm}^2)$ 이 된다.

5. 다음 보기의 조건에 알맞은 사각형은?

보기

두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분한다.

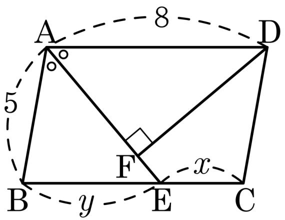
① 정사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 평행사변형 ⑤ 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x , y 값을 차례대로 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

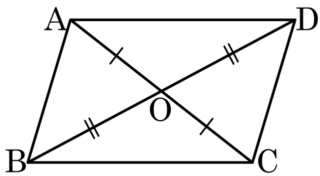
▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = 5$

해설

$\angle AEB = \angle DAE$ (엇각) 이므로 $\triangle BAE$ 는 이등변삼각형이 된다.
$\overline{AB} = \overline{BE}$
$y = 5$, $5 + x = 8$, $x = 3$

7. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \boxed{ㄱ}$

[결론] $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

[증명] △OAB와 △OCD에서

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \boxed{ㄱ}$ (가정)

$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{ㄴ}$)

따라서 △OAB ≡ △OCD ($\boxed{ㄷ}$ 합동)에서

$\angle OAB = \boxed{ㄹ}$ 이므로

∴ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC} \cdots$ ㉠

마찬가지로 △OAD ≡ △OCB에서

$\boxed{ㅁ} = \angle OCB$ 이므로

∴ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC} \cdots$ ㉡

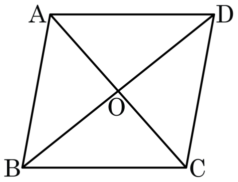
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{OD}$
② ㄴ : 맞꼭지각
③ ㄷ : SAS
④ ㄹ : $\angle OCD$
⑤ ㅁ : $\angle ODA$

해설

$\angle OAD = \angle OCB$

8. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

㉡ $\overline{BO}=\overline{CO}$, $\angle ABC=90°$

㉢ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$

㉣ $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$

㉤ $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

① ㉠, ㉣ ② ㉢, ㉣ ③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$이면 된다.

9. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 110^\circ$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\text{cm}$

③ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$

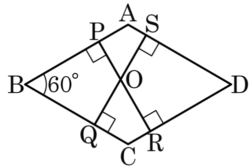
④ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$

⑤ $\overline{OA} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

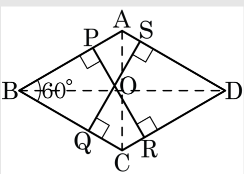


① $\overline{AC}$ ② $\overline{BD}$ ③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$ ⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) \quad \cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$