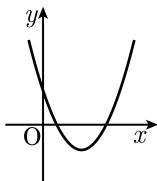
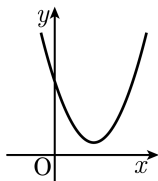


1. 다음 중 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?

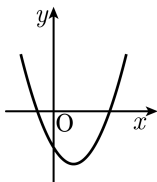
①



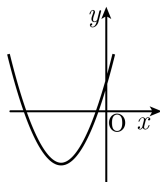
②



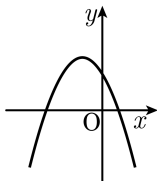
③



④



⑤

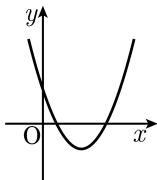


해설

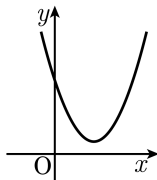
$a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선,
 $ab > 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 왼쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

2. 다음 중 $a < 0, b > 0, c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?

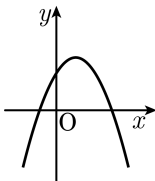
①



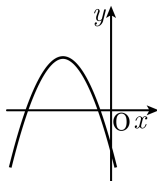
②



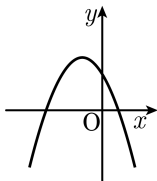
③



④



⑤

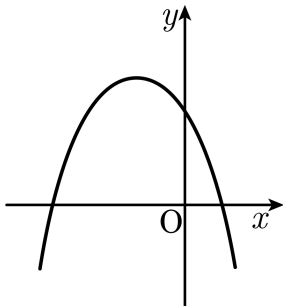


해설

$a < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선,

$ab < 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 오른쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

3. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



- ① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a < 0, p < 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로

$a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

4. 다음 중에서 이차함수인 것은?

① $y = x^2 - (x - 1)^2$

② $y = \frac{1}{x} - 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x(x - 2) - 5$

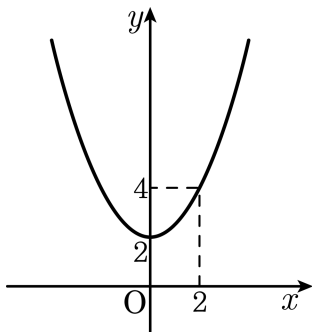
④ $y = \frac{1}{x^2}$

⑤ $y = -3x + 5$

해설

①, ⑤은 일차함수이고, ②, ④은 분모에 x 가 있으므로 이차함수는 ③이다.

5. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a, 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$y = ax^2 + 2$ 가 점 $(2, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a \times 2^2 + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프가 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{1}{2}a^2 + 2 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$$

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동 하였을 때 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(0, 2)$

② $(0, -2)$

③ $(2, 0)$

④ $(-2, 0)$

⑤ $(0, 0)$

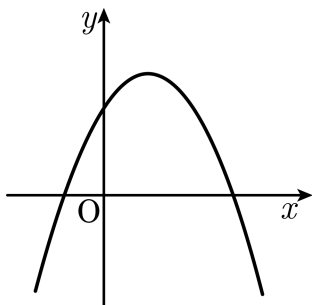
해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동시킨
함수의 식은

$$y = a(x - 2)^2$$

꼭짓점의 좌표 : $(2, 0)$

7. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나는 사분면은?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3, 4 사분면

③ 제 1, 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 3 사분면

해설

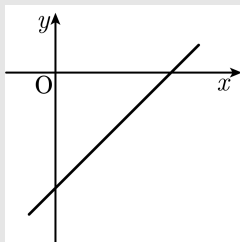
그래프에서 위로 볼록이므로 $a < 0$,

축 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$, y 절편 $c > 0$ 이다.

$$ax + by + c = 0 \leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

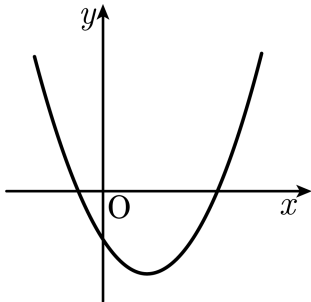
기울기 $-\frac{a}{b} > 0$, y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 직선의 모양은 다음과 같다.



$\therefore$ 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



① a

② b

③ c

④ a, b

⑤ a, c

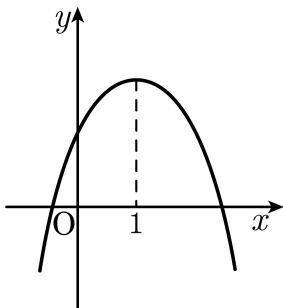
해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

9. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, a , b , $a + b + 1$ 의 부호로 바른 것은?



- ① $a > 0$, $b < 0$, $a + b + 1 > 0$
- ② $a > 0$, $b < 0$, $a + b + 1 < 0$
- ③ $a < 0$, $b < 0$, $a + b + 1 < 0$
- ④ $a < 0$, $b > 0$, $a + b + 1 < 0$
- ⑤ $a < 0$, $b > 0$, $a + b + 1 > 0$

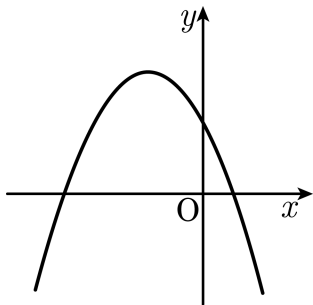
해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.

$x = 1$ 일 때, $a + b + 1 > 0$ 이다.

10. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳은 것은?



① $a > 0$

② $b > 0$

③ $ab < 0$

④ $c > 0$

⑤ $abc < 0$

해설

위로 볼록 $a < 0$

축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0, b < 0$

y 절편 $c > 0$

따라서 $abc > 0$ 이다.

11. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 15 만큼 평행이동하면, 점 $(2, k)$ 를 지날 때, k 의 값은?

① 1

② -1

③ 3

④ -3

⑤ 5

해설

$y = -3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 $y = -3x^2 + q$ 이므로 $y = -3x^2 + 15$ 이다. x 의 값이 2 이므로 대입하면 $y = 3$ 이다.

따라서 $k = 3$ 이다.

12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 $(-4, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$
이므로 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$ 이고, x 의 값이 -4 이므로 대입하면
 $y = -2$ 이다. 따라서 $k = -2$ 이다.

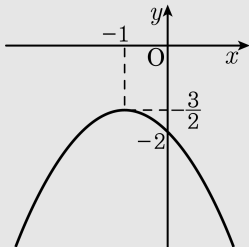
13. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



14. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2 - 6x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

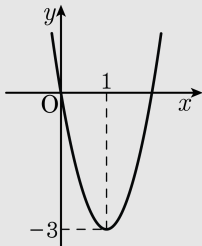
③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

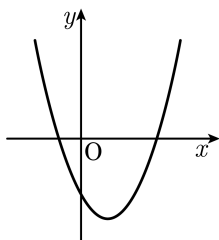
해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x \\&= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) \\&= 3(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$

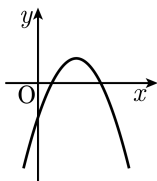


그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이고 y 절편은 0이다.

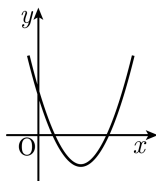
15. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



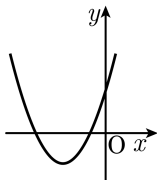
①



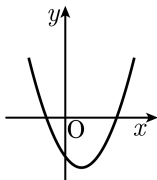
②



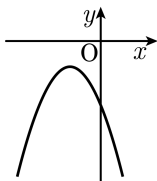
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.

따라서, $b < 0$ 이다.

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.

$y = cx^2 + bx + a$ 에서

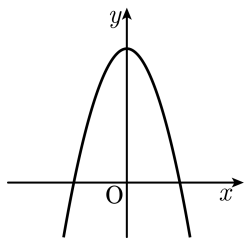
$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.

$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.

따라서 구하는 그래프는 ②이다.

16. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1 사분면

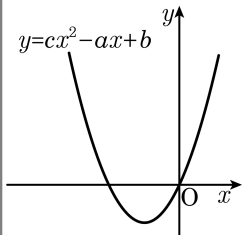
▷ 정답 : 제 2 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3사분면이다.



17. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면

$$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$$

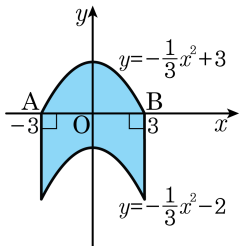
$$y = -3(x + 1)^2 + 5 \text{ 이므로}$$

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
 $q = 2$

$$\text{따라서 } \frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ 이다.}$$

18. 다음 그림은 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만날 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



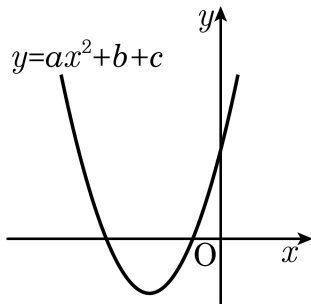
▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

색칠한 부분 중 $y > 0$ 인 부분을 잘라 아래에 붙이면 직사각형 모양이 된다. 가로 길이는 6 이고, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 에 $x = 3$ 를 대입하면 $y = -5$ 이므로 높이는 5 이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $6 \times 5 = 30$ 이다.

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$

② $a < 0$

③ $b > 0$

④ $c < 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.

20. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 48$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 자연수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 170 개

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 48$ 이 만나는 두 점은 각각

$(-6, 48), (6, 48)$

둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-6 \leq x \leq 6$ 이므로 이 범위 안의 자연수는 1, 2, ..., 6 의 6개가 있다.

(1) $y = 16$ 위에 있는 자연수인 점은 $(1, 16), (2, 16), \dots (6, 16)$ 로 6 개가 있다.

(2) $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프 위에 있는 자연수인 점은 $(3, 12), (6, 48)$

의 2 개가 있다.

따라서

x 좌표가 6 일 때 : 1 개

x 좌표가 5 일 때 :

y 좌표는 34 부터 48 까지이므로 15 개

x 좌표가 4 일 때 :

y 좌표는 22 부터 48 까지이므로 27 개

x 좌표가 3 일 때 :

y 좌표는 12 부터 48 까지이므로 37 개

x 좌표가 2 일 때 :

y 좌표는 6 부터 48 까지이므로 43 개

x 좌표가 1 일 때 :

y 좌표는 2 부터 48 까지이므로 47 개

$\therefore 1 + 15 + 27 + 37 + 43 + 47 = 170$ (개)