

1. a, b 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 중 하나일 때, 등식 $\frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a-b}} = -\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$\frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a-b}} = -\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \text{ 를 만족시키는 조건은}$$

i) $a+b=0$ 이고 $a-b \neq 0$

ii) $a-b < 0$ 이고 $a+b > 0$

i)의 경우 $(-2, 2) (2, -2) (-1, 1) (1, -1)$

ii)의 경우 $(-1, 2) (0, 2) (0, 1) (1, 2)$

$\therefore$ 모두 8개

2. 실수 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ 가 $16 + x_1 \times x_2 \times \dots \times x_9 = 0$ 을 만족할 때,
 $\sqrt{x_1} \times \sqrt{x_2} \times \dots \times \sqrt{x_9}$ 의 값들의 곱을 구하면?

① 8

② 16

③ 24

④ 36

⑤ 14

해설

$x_1 \times x_2 \times \dots \times x_9 = -16$ 이므로

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ 중에서 음수의 개수는 홀수개이다.

이 중에서 음수인 것들은 그 절대값을 취하여

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$ ($y_i > 0$) 이라 하고 양수인 것들은

$z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ ($z_i > 0$) 이라 하자.

그러면 $y_1 y_2 \dots y_m z_1 z_2 \dots z_n = 16$ ($m + n = 9, m : \text{홀수}$)

i) $m = 4k + 1$ ($k = 0, 1, 2$) 일 때,

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{y_1 y_2 \dots y_m z_1 z_2 \dots z_n} \cdot i^{4k+1} \\ &= \sqrt{16} \times (i^4)^k \times i \\ &= 4i \end{aligned}$$

ii) $m = 4k + 3$ ($k = 0, 1$) 일 때,

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{y_1 y_2 \dots y_m z_1 z_2 \dots z_n} \cdot i^{4k+3} \\ &= \sqrt{16} \times (i^4)^k \times i^3 \\ &= -4i \end{aligned}$$

$\therefore$ i), ii) 에서 $4i \times (-4i) = 16$