1. $\begin{cases} x^2 - 3x \le 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \le \beta$일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

$x^2 - 3x \le 0$에서

$x(x-3) \le 0$이므로

$0 \le x \le 3 \cdots$ ㈎

$x^2 - 5x + 4 < 0$에서

$(x-1)(x-4) < 0$이므로

$1 < x < 4 \cdots$ ㈏

㈎, ㈏에 의해

$1 < x \le 3$이므로

$\alpha = 1, \beta = 3$

$\therefore \alpha + \beta = 4$

2. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1|<3 & \cdots ㉠ \\ x^2-4x-5 \geq 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq 1$

② $x < -2$ 또는 $x \leq 1$

③ $-2 < x \leq -1$

④ $-1 < x \leq 2$

⑤ $-2 < x \leq 3$

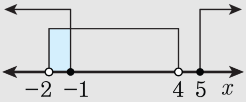
해설

㉠ : $|x-1|<3$

$\rightarrow$ $-3 < x-1 < 3$, $-2 < x < 4$

㉡ : $(x-5)(x+1) \geq 0$

$\rightarrow$ $x \leq -1, x \geq 5$



$\therefore -2 < x \leq -1$

3. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \le 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \le 5$이 되도록 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

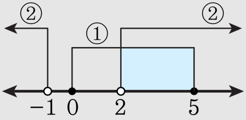
첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \le 0$

$\therefore 0 \le x \le 5 \cdots\cdots ①$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$\therefore x < -1, x > a \cdots\cdots ②$

①, ②를 동시에 만족하는 해가 $2 < x \le 5$ 이므로 a의 값은 2이다.



4. 세 변의 길이가 $x-1,\ x,\ x+1$인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위가 $a<x<b$라 할 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x-1,\ x,\ x+1$은 삼각형의 세 변이므로

$x-1>0$, $x>0$, $x+1>0$

$x-1+x>x+1$ $\therefore x>2$ $\cdots\cdots$①

한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2+x^2<(x+1)^2$

$x^2-4x<0$에서 $0<x<4$ $\cdots\cdots$②

①과 ②에서 $2<x<4$

$\therefore\ a=2,\ b=4$

따라서 $a+b=6$

5. 이차방정식 $x^2-2mx+m+6=0$의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m의 값의 범위를 구하면?

① $m \le -6$ ② $m \le -4$ ③ $m \le -2$

④ $m \le 0$ ⑤ $m \le 2$

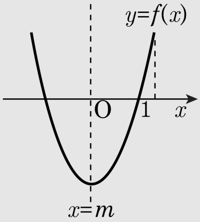
해설

$f(x)=x^2-2mx+m+6=(x-m)^2-m^2+m+6$으로 놓으면

$\frac{D}{4}=m^2-1\cdot(m+6)=m^2-m-6$

$f(1)=1-2m+m+6=-m+7$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4}=m^2-m-6 \ge 0$

$(m+2)(m-3) \ge 0$

$\therefore m \le -2$ 또는 $m \ge 3 \cdots\cdots$ ㉠

(ii) 경계값의 부호 : $f(1)=-m+7>0$

$\therefore m<7 \quad \cdots\cdots$ ㉡

(iii) 축 : $m<1 \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m의 값의 범위는 $m \le -2$

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

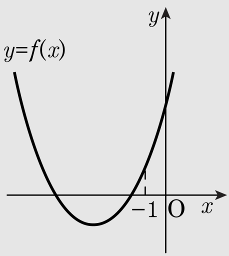
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\dfrac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$k^2 + k - 6 > 0,\ (k+3)(k-2) > 0$

$\therefore\ k < -3$ 또는 $k > 2$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\dfrac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

이상에서 $-7 < k < -3$

따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

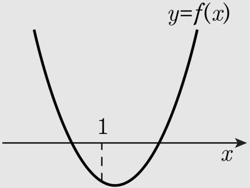
7. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$ ② $m > -2$ ③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$ ⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore\ m > 5$

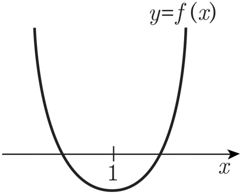
8. 이차방정식 $x^2-(a+1)x-3=0$의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하면?

① $a>-1$ ② $a>-2$ ③ $a>-3$

④ $a>-4$ ⑤ $a>-5$

해설

$f(x)=x^2-(a+1)x-3$ 이라 하면
$f(x)=0$ 의 한 근은 1 보다 크고
다른 한 근은 1 보다 작으므로
$y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
즉, $f(1)<0$ 이므로 $-a-3<0$
$\therefore a>-3$



9. 두 부등식 $x^2-x-2>0$, $x^2-(a-3)x-3a<0$를 동시에 만족하는 정수가 -2뿐일 때, a의 값의 범위를 구하면 $m<a\le n$이다. mn의 값을 구하시오.

▶ 답 :

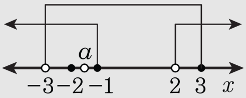
▷ 정답 : -6

해설

$x^2-x-2>0$에서 $x<-1$, $x>2$

$x^2-(a-3)x-3a<0$에서

$(x+3)(x-a)<0$



그림에서와 같이 동시에 만족하는

정수값이 -2뿐이려면 $-2<a\le 3$이다.

$\therefore$ $-2<a\le 3$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 두 근이 각각 0 과 1 및 1과 2사이에 있도록 k값의 범위를 구하면?

① $k < 0$, $k > 1$　　② $k \le 0$, $k \ge 2$　　③ $0 < k < 1$

④ $0 \le k \le 1$　　⑤ $0 < k < 2$

해설

$x^2 - 2x + k = f(x)$ 라 하면

$f(0) > 0, f(1) < 0, f(2) > 0$

$\therefore k > 0, k < 1$

$\therefore 0 < k < 1$

11. 이차방정식 $x^2+2kx+k=0$의 두 근이 모두 -1과 1사이에 있기 위한 k값의 범위가 $a<k\le b$라 할 때, ab의 값은?

① -1　② $-\frac{1}{2}$　③ 0　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

해설

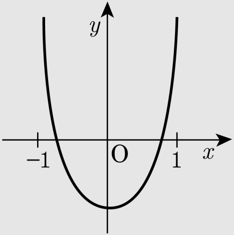
$D/4=k^2-k\ge 0, k(k-1)\ge 0$, $\therefore k\le 0$, $k\ge 1$

$f(x)=x^2+2kx+k$라 하면

$f(-1)=1-k>0$

$\therefore k<1$

$f(1)=1+3k>0 \therefore k>-\frac{1}{3}$



대칭축 $x=-k$ 이므로 $-1<-k<1$

$\therefore -1<k<1$

$\therefore -\frac{1}{3}<k\le 0$

$\therefore ab=0$

12. 이차방정식 $x^2-7x+10=0$ 의 두 근이 이차방정식 $x^2-6x+k=0$ 의 두 근 사이에 있기 위한 정수 k 의 최댓값은?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

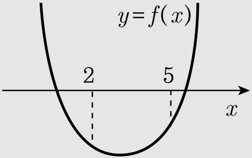
이차방정식 $x^2-7x+10=0$ 에서

$(x-2)(x-5)=0$ ∴ $x=2$ 또는 $x=5$

$f(x)=x^2-6x+k$ 로 놓으면 함수 $y=$

$f(x)$ 의

그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



따라서 $f(2)<0$, $f(5)<0$ 이므로

$f(2)=-8+k<0$ 에서 $k<8$

$f(5)=-5+k<0$ 에서 $k<5$

∴ $k<5$ ∴ 정수 k 의 최댓값은 4 이다.

13. 한 상자에 빨강, 파랑, 흰색의 구슬이 들어 있다. 파란 구슬의 개수는 흰 구슬의 개수의 $\frac{1}{2}$ 보다 크거나 같고, 빨간 구슬의 개수의 $\frac{1}{3}$ 보다 작거나 같다. 한편, 흰 구슬과 파란 구슬의 개수의 합은 55보다 크거나 같다. 이때, 빨간 구슬의 개수의 최솟값을 구하면?

① 57 ② 58 ③ 59 ④ 60 ⑤ 61

해설

빨간 구슬의 개수를 a 개, 파란 구슬의 개수를 b 개, 흰색 구슬의 개수를 c 개라 하면,

$$\begin{cases} \frac{1}{3}a \ge b \ge \frac{1}{2}c \cdots ㉠ \\ b + c \ge 55 \cdots ㉡ \quad (\text{단, } a,\ b,\ c\text{는 자연수}) \end{cases}$$

$$\begin{array}{rl} & b + c \ge 55 \\ -) & b - \frac{1}{2}c \ge 0 \\ \hline & \frac{3}{2}c \ge 55 \end{array}$$

$c \ge \frac{2}{3} \times 55 = 36.6\cdots \quad \therefore c \ge 37$

㉠ 에서 $b \ge \frac{1}{2}c = \frac{1}{2} \times 37 = 18.5 \quad \therefore\ b \ge 19$

$\frac{1}{3}a \ge 19 \quad \therefore\ a \ge 57$

14. 두 방정식 $x^2+x-p=0$, $x^2-3x-q=0$ 의 각각의 한 근은 반올림하면 1 이 된다고 한다. 이 때, $p-q$ 값의 범위는?

① $2<p-q<5$ ② $3 \leq p-q<5$ ③ $3<p-q \leq 6$

④ $5 \leq p-q \leq 6$ ⑤ $2 \leq p-q<6$

해설

$f(x)=x^2+x-p$, $g(x)=x^2-3x-q$ 라 하면 방정식 $f(x)=0$ 과 $g(x)=0$ 이 $\frac{1}{2}$ 이상 $\frac{3}{2}$ 미만인 근을 가져야 한다.

(i) $f(x)=x^2+x-p$ 의 그래프의 대칭축은 직선 $x=-\frac{1}{2}$ 이므로

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)-p \leq 0$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)-p>0$$

$$\therefore \frac{3}{4} \leq p<\frac{15}{4} \qquad \cdots\cdots ㉠$$

(ii) $g(x)=x^2-3x-q$ 의 그래프의 대칭축은 직선 $x=\frac{3}{2}$ 이므로

$$g\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\cdot\frac{1}{2}-q \geq 0$$

$$g\left(\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^2-3\cdot\frac{3}{2}-q<0$$

$$\therefore -\frac{9}{4}<q \leq -\frac{5}{4} \qquad \cdots\cdots ㉡$$

㉠ − ㉡ 에서 $2 \leq p-q<6$