

1. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로
∴ ⑤ 모든 실수

2. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2+7x-10 \geq 0$$

$$x^2-7x+10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

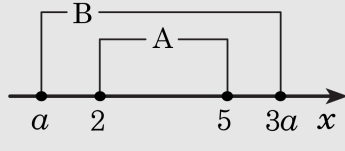
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

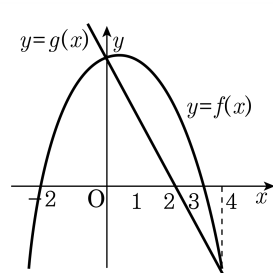
$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

3. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



- ① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$
 ③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$
 ⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
 함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
 위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
 구하는 해는 $0 < x < 4$

4. 부등식 $x^2 - 3|x| - 4 > 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x < -4$ 또는 $x > 4$ ② $x < -1$ 또는 $x > 4$
③ $x < 1$ 또는 $x > -4$ ④ $-1 < x < 4$
⑤ $-1 < x < 3$

해설

부등식에 절댓값이 있으므로
(i) $x \geq 0$
 $x^2 - 3x - 4 > 0$
 $(x + 1)(x - 4) > 0$
 $x < -1$ 또는 $x > 4$
 $x \geq 0$ 이므로 $x > 4$
(ii) $x < 0$
 $x^2 + 3x - 4 > 0$
 $(x - 1)(x + 4) > 0$
 $x < -4$ 또는 $x > 1$
 $x < 0$ 이므로 $x < -4$
(i) (ii)로부터 $x < -4$ 또는 $x > 4$

5. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 10일 때, 방정식 $f(4x - 3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 10$

$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ 로 놓으면

$f(4x - 3) = a(4x - 3 - \alpha)(4x - 3 - \beta) = 0$

$x = \frac{3 + \alpha}{4}, \frac{3 + \beta}{4}$

$\therefore$ 두 근의 합은 $\frac{6 + \alpha + \beta}{4} = 4$

6. 이차방정식 $x^2 - (2k+4)x + 2k^2 + 9 = 0$ 이 실근을 갖도록 k 의 값 또는 범위를 정하면?
- ① $k < 2$
 - ② $k \leq 2$
 - ③ $k = 2$ 를 제외한 모든 실수
 - ④ $-4 \leq k \leq 5$
 - ⑤ k 의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로
 $(k+2)^2 - (2k^2+9) \geq 0$
 $k^2 - 4k + 5 \leq 0$
그런데 $k^2 - 4k + 5 = (k-2)^2 + 1 > 0$
 $\therefore k$ 의 값은 존재하지 않는다

7. 둘레의 길이가 24 cm 인 직사각형의 넓이를 35 cm^2 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9 cm ② 10 cm ③ 12 cm ④ 15 cm ⑤ 19 cm

해설

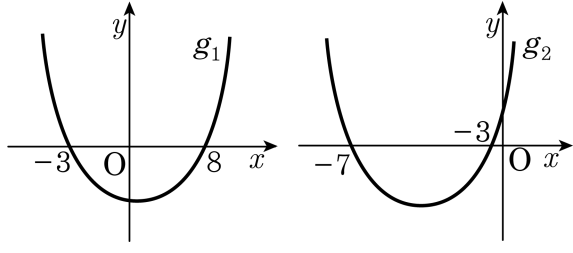
한 변의 길이가 a 이므로 다른 한 변의 길이는 $12 - a$ 이다.

$a(12 - a) \geq 35$ 에서 $(a - 5)(a - 7) \leq 0$

$\therefore 5 \leq a \leq 7$

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 12 cm

8. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로
 g_1 의 상수항 $b = -24$ ($\because$ 두 근의 곱)
 을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로
 g_2 의 일차항 $a = 10$
 ($\because$ 대칭축의 방정식은 $x = -\frac{a}{2} = -5$)
 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 에 a, b 를 대입하면
 $x^2 + 10x - 24 < 0$, $(x + 12)(x - 2) < 0$
 $\therefore -12 < x < 2$
 따라서 만족하는 정수는 13 (개)

9. 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x + a$ 와 $g(x) = -x^2 - 2x + 1$ 이 있다. 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) > g(x_2)$ 일 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 6$ ② $a > 5$ ③ $a > 4$ ④ $a > 3$ ⑤ $a > 2$

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + a = (x - 2)^2 + a - 4 \text{ 에서}$$

$f(x)$ 의 최솟값은 $a - 4$,

$$g(x) = -x^2 - 2x + 1$$

$$= -(x + 1)^2 + 2 \text{ 에서}$$

$g(x)$ 의 최댓값은 2

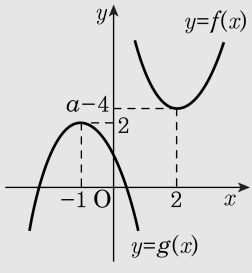
한편, 모든 실수 x_1, x_2 에 대하여

$f(x_1) > g(x_2)$ 이면 오른쪽 그림과 같이

$f(x)$ 의 최솟값이 $g(x)$ 의 최댓값보다

커야하므로

$$a - 4 > 2 \quad \therefore a > 6$$



10. $6[x]^2 - 31[x - 1] - 13 < 0$ 을 풀면? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 3$

② $-2 \leq x < 5$

③ $0 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 5$

⑤ $1 \leq x < 6$

해설

$n \leq [x] < n + 1$ 에서
 $n - 1 < [x - 1] < n$ 이므로
 $[x - 1] = [x] - 1$
 $\therefore 6[x]^2 - 31[x - 1] - 13$
 $= 6[x]^2 - 31([x] - 1) - 13$
 $= 6[x]^2 - 31[x] + 18 < 0$
 $\therefore (2[x] - 9)(3[x] - 2) < 0$
 $\frac{2}{3} < [x] < \frac{9}{2}$
 $\therefore 1 \leq [x] \leq 4$ 이므로
 $[x] = 1, 2, 3, 4$
 $\therefore 1 \leq x < 5$

11. 모든 실수 x 에 대하여, 부등식 $k(x^2 - (k-2)x - 3(k-2)) > 0$ 가 성립되게 하는 상수 k 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < k < 2$ ② $1 < k < 2$ ③ $1 < k < 4$
④ $-1 < k < 3$ ⑤ $-2 < k < -1$

해설

모든 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$k > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$x^2 - (k-2)x - 3(k-2) > 0$ 이 항상 성립하려면

$$D = (k-2)^2 + 12(k-2) < 0 \text{에서}$$

$$(k-2)(k+10) < 0$$

$$\therefore -10 < k < 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 0 < k < 2$$

12. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 을 풀 때, 근우는 b 를 잘못보고 풀어서 $1 < x < 3$ 이라는 해를 얻었고, 기원이는 a 를 잘못보고 풀어서 $-2 < x < 4$ 이라는 해를 얻었다. 이 부등식의 옳은 해는?

① $-1 < x < 2$

② $-2 < x < 3$

③ $2 - 2\sqrt{5} < x < 2 + 2\sqrt{5}$

④ $1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3}$

⑤ $2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$

해설

$$1 < x < 3 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0$$

$$\therefore a = -4$$

$$-2 < x < 4 \Leftrightarrow (x+2)(x-4) < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 < 0$$

$$\therefore b = -8$$

$$x^2 - 4x - 8 < 0$$

$$\therefore 2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$$

13. 이차방정식 $x^2 + 2ax + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 이차부등식 $(4a + b + 4)x^2 + 2(a + 2)x + 1 < 0$ 을 풀면? (단, $\alpha > \beta > 2$)

① $\frac{1}{\beta - 2} < x < \frac{1}{\alpha - 2}$

② $\frac{1}{\alpha - 2} < x < \frac{1}{\beta - 2}$

③ $x < \alpha - 2, x > \beta - 2$

④ $x < \beta - 2, x > \alpha - 2$

⑤ $\beta - 2 < x < \alpha - 2$

해설

근과 계수와의 관계로부터 $\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = b$ 이므로

$$4a + b + 4 = -2(\alpha + \beta) + \alpha\beta + 4 = (\alpha - 2)(\beta - 2),$$

$$2(a + 2) = 2a + 4 = -(\alpha + \beta) + 4 = -(\alpha + \beta - 4)$$

따라서, 주어진 이차부등식은

$$(\alpha - 2)(\beta - 2)x^2 - (\alpha + \beta - 4)x + 1 < 0$$

$$\therefore \{(\alpha - 2)x - 1\}\{(\beta - 2)x - 1\} < 0$$

$$\alpha > \beta > 2 \text{이므로 } \frac{1}{\alpha - 2} < x < \frac{1}{\beta - 2}$$