

1. 다음 중 81 의 약수는?

① 2

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 9

해설

81의 약수는 1, 3, 9, 27, 81이다.

2. 다음 중 소인수분해를 바르게 한 것은?

① $30 = 2^2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^8 \times 10$

④ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $200 = 2 \times 10^2$

해설

① $30 = 2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

③ $80 = 2^4 \times 5$

⑤ $200 = 2^3 \times 5^2$

3. 다음 수 중 21 과 서로소인 수는?

- ① 6 ② 14 ③ 18 ④ 26 ⑤ 35

해설

$$21 = 3 \times 7$$

① 2×3

② 2×7

③ 2×3^2

④ 2×13

⑤ 5×7

21 과의 최대공약수가 1 인 수는 ④이다.

4. 다음 중 18 , $2^2 \times 5$, $3^2 \times 5$ 의 공배수 중 400 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 360

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이므로, 400 에 가장 가까운 공배수는 360 이다.

5. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$$2 \times 3^2 \times 5, \quad 2 \times 3 \times 7$$

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
③ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5$, 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
⑤ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : 2×3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \times 3^2 \times 5 \\ 2 \times 3 \quad \times 7 \\ \hline 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630 \end{array}$$

최대공약수 : 2×3
최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

6. 252를 소인수분해한 후, 소인수의 합을 바르게 구한 것은?

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7, \text{ 소인수 : } 2, 3, 7$$
$$2 + 3 + 7 = 12$$

7. 다음 중 200의 약수가 아닌 것은?

① 2×5

② $2^2 \times 5^2$

③ 2×5^3

④ $2^3 \times 5$

⑤ 5^2

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

8. 108과 144의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $144 = 2^4 \times 3^2$ 이므로
최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이다.
∴ 최대공약수의 약수 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$

9. 두 수 $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수는?

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ② $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ③ $2^3 \times 3 \times 5 \times 7$
④ $2^3 \times 3^2$ ⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$
최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이다.

10. 두 수 $2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 공배수를 옳게 표현한 것은?

- ① 30의 약수 ② 30의 배수 ③ 60의 약수
④ 60의 배수 ⑤ 4의 배수

해설

$2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

11. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?

- ① 6 ② 12 ③ 36 ④ 42 ⑤ 72

해설

$65 + 7 = 72$, $140 + 4 = 144$, $210 + 6 = 216$ 의 최대공약수는 72 이다.

12. 우리 반은 교실 청소는 남학생 15 명이 5 명씩, 특별구역 청소는 여학생 24 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인가?

- ① 3 주후 ② 4 주후 ③ 6 주후
④ 12 주후 ⑤ 18 주후

해설

남학생은 $15 \div 5 = 3$ (주)마다, 여학생은 $24 \div 6 = 4$ (주)마다 당번이 돌아오므로 3 과 4 의 최소공배수인 12 (주)마다 동시에 청소를 하게 된다.

13. 가로가 15cm, 세로가 18cm 인 타일이 여러 장 있다. 이 타일들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형 모양을 만들려고 한다. 타일은 모두 몇 장 필요한가?

- ① 15장 ② 20장 ③ 25장 ④ 30장 ⑤ 35장

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15 \ 18} \\ \underline{5 \ 6} \\ 0 \end{array}$$

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 90cm 이고, $5 \times 6 = 30$ (장)의 타일이 필요하다.

14. 두 자연수의 곱이 1280 이고 최소공배수가 160 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하면?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1280 = 160 \times G$ 이다.
 $\therefore G = 8$

15. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2 층 ② 3 층 ③ 5 층 ④ 7 층 ⑤ 9 층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

16. 32와 56의 공약수의 개수를 a , 56과 42의 공약수의 개수를 b , 32와 42의 공약수의 개수를 c , 32와 56, 42의 공약수의 개수를 d 라 할 때, $a + b + c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

32, 56의 최대공약수는 2^3 이므로 $a = 4$ 이다.
56, 42의 최대공약수는 2×7 이므로 $b = 4$ 이다.
32, 42의 최대공약수는 2 이므로 $c = 2$ 이다.
32, 56, 42의 최대공약수는 2 이므로, $d = 2$ 이다.
따라서 $a + b + c - d = 4 + 4 + 2 - 2 = 8$ 이다.

17. 세 자연수 $5 \times a$, $6 \times a$, $9 \times a$ 의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는?

- ① 8 ② 9 ③ 15 ④ 24 ⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는 a 이고,
 $5 \times a$, $2 \times 3 \times a$, $3^2 \times a$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 이다.
따라서 $a = 3^2 = 9$ 이다.

18. 가로 길이 54cm, 세로 길이 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90의 최대공약수이므로

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{최대공약수는 } 2 \times 3^2 = 18$$

$$\therefore a = 18$$

정육면체의 개수는

$$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 90$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$$

19. 자연수 N 을 2 에서 8 까지의 자연수로 나누면 나머지는 모두 1 이다. 이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 의 최소공배수는 840 이므로 구하는 수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 50 개

▷ 정답 : 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개
1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의
개수는 8개
1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 4의 배수인 것의
개수는
 $33 + 25 - 8 = 50$ 개
따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도
나누어떨어지지 않는 수의 개수는
 $100 - 50 = 50$ 개

21. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

22. $2^a \times 3^b \times 5^2$ 에 $\frac{2}{3^2}$ 을 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱수가 되었다고 한다. 가능한 a, b 중 가장 작은 자연수를 a, b 라고 할 때, $a+b$ 는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

해설

$2^a \times 3^b \times 5^2 \times \frac{2}{3^2} = 2^{(a+1)} \times 3^{(b-2)} \times 5^2$ 에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 만드는 최소의 자연수 a, b 는 $a = 1, b = 2$ 이다. 따라서 $a + b = 1 + 2 = 3$ 이다.

23. 2 와 5 를 소인수로 가지는 어떤 자연수 n 에 대하여 $2n$ 의 약수의 개수는 25 개, $5n$ 의 약수의 개수는 24 개이다. 이 때, $100n$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 42개

해설

$n = 2^a \times 5^b$ 이라 두면,
 $2n = 2^{a+1} \times 5^b \rightarrow (a+2) \times (b+1) = 25$
 $5n = 2^a \times 5^{b+1} \rightarrow (a+1) \times (b+2) = 24$
 $\rightarrow a = 3, b = 4$,
 $100n = 2^{3+2} \times 5^{4+2}$,
 $\therefore 100n$ 의 약수의 개수 = $6 \times 7 = 42$ (개)

24. 한 자리 소수 a 에 대하여 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 8을 곱하였더니 약수의 개수가 2배가 되었다. 이때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

a 는 한 자리 소수 중 하나이므로 2 또는 7이다.
 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 이다.
 $a = 2$ 일 때 2^3 을 곱하면 약수의 개수는
 $6 \times 3 \times 3 = 54$ 이므로 $a = 2$ 이다.

25. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다. x 는 1 이상 100 이하이고, $f(x) = 3$ 일 때, x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3개인 수는
(소수)²이므로
100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 의 4개