

1. $\sqrt{25}$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b , $\sqrt{(-169)^2}$ 의 음의 제곱근을 c 라 할 때, $bc - \sqrt{5}a$ 의 제곱근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\pm \sqrt{34}$

해설

$$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5 \text{의 제곱근은 } \pm \sqrt{5} \therefore a = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9 \text{의 제곱근은 } \pm 3 \therefore b = -3$$

$$\sqrt{(-169)^2} = 169 \text{의 제곱근은 } \pm 13 \therefore c = -13$$

$$bc - \sqrt{5}a = (-3) \times (-13) - \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 34 \text{ 이므로}$$

34의 제곱근은 $\pm \sqrt{34}$ 이다.

2. 다음 빈칸을 순서대로 채워 넣어라.

$\sqrt{49}$ 의 양의 제곱근은 이고, $(-5)^2$ 의 음의 제곱근은

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{7}$

▷ 정답: -5

해설

$\sqrt{49} = 7$ 이므로 7의 양의 제곱근은 $\sqrt{7}$, $(-5)^2 = 25$ 이므로 25의 음의 제곱근은 -5 이다.

3. 제곱근 $\sqrt{(-4)^2}$ 를 A , $\frac{1}{4}$ 의 음의 제곱근을 B 라 할 때, AB 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ 1

④ -1

⑤ -2

해설

$$\sqrt{(-4)^2} = 4$$

$$(\text{제곱근 } 4) = \sqrt{4} = 2 = A$$

$$\left(\frac{1}{4} \text{의 음의 제곱근}\right) = -\frac{1}{2} = B$$

$$\therefore AB = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

4. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥ $\frac{49}{9}$

㉦ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉦

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉦ $\left(\frac{81}{6} \text{의 제곱근}\right) = \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

5. 다음 중 제곱수가 아닌 것 모두 고르면?

① 36

② 49

③ -1

④ 225

⑤ 50

해설

③ 제곱해서 -1 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 -1 은 제곱수가 아니다.

⑤ 제곱해서 50 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 50 은 제곱수가 아니다.

6. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$$0, \sqrt{2}, \sqrt{1}, -\sqrt{0.02}, \sqrt{0.003}, \sqrt{\frac{121}{100}}$$

▶ 답: 개

▶ 정답: 3 개

해설

$0, \sqrt{1} = 1, \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

7. $\frac{10^8}{20^4} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = 6^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$$\frac{10^8}{20^4} = \frac{10^8}{2^4 \times 10^4} = \frac{10^4}{2^4} = 5^4 = \sqrt{25^4}, a = 4$$

$$\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = \sqrt{6^6} = 6^3, b = 3$$

$$\therefore a + b = 4 + 3 = 7$$

8. $\sqrt{64} + \sqrt{(-7)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\sqrt{64} + \sqrt{(-7)^2} = \sqrt{64} + \sqrt{49} = 8 + 7 = 15$$

9. $a = -\sqrt{5}, b = \sqrt{3}$ 일 때, $2a^2 - (-b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} 2a^2 - (-b)^2 &= 2(-\sqrt{5})^2 - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 2 \times 5 - 3 = 7 \end{aligned}$$

10. $\frac{10^{12}}{20^6} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = 3^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\frac{10^{12}}{20^6} = \frac{10^{12}}{2^6 \times 10^6} = \frac{10^6}{2^6} = 5^6 = \sqrt{25^6}, a = 6$$

$$\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = \sqrt{3^8} = 3^4, b = 4$$

$$\therefore a + b = 10$$

11. 다음 중 계산이 옳지 않은 것은?

① $(\sqrt{13})^2 + (-\sqrt{4})^2 = 17$

② $(-\sqrt{2})^2 - (-\sqrt{5})^2 = 3$

③ $(\sqrt{5})^2 \times \left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 = 1$

④ $\sqrt{(-7)^2} \times \sqrt{(-6)^2} = 42$

⑤ $\sqrt{12^2} \div \sqrt{(-4)^2} = 3$

해설

② $(-\sqrt{2})^2 - (-\sqrt{5})^2 = 2 - 5 = -3$

12. 다음 두 식 $A = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt{9}$, $B = \sqrt{100} - \sqrt{(-13)^2}$ 일 때, $10A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt{9} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$B = \sqrt{100} - \sqrt{(-13)^2} = 10 - 13 = -3$$

따라서 $10A - B = 0 - (-3) = 3$ 이다.

13. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{4a^2} - \sqrt{b^2}$ 을 간단히 하면?

① $-a - b$

② $-a - 2b$

③ a

④ $-a$

⑤ $-a + 2b$

해설

$a > 0$ 이므로 $2a > 0$,

$b < 0$ 이므로 $-b > 0$, $b < 0$

$$(\sqrt{a})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{b^2}$$

$$= a + (-b) - (2a) - (-b)$$

$$= a - b - 2a + b = -a$$

14. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{64a^2} - \sqrt{a^2} = 7a$

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 0$

③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -10a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 10a$

⑤ $(-\sqrt{2a})^2 + (-\sqrt{a^2}) = a$

해설

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 11a + 11a = 22a$

③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -13a - 3a = -16a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 3a - 7a = -4a$

15. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} - 4\sqrt{b^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + 4b$

해설

$$\sqrt{a^2} - 4\sqrt{b^2} = a - 4(-b) = a + 4b$$

16. $-1 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(1-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x + 2$

해설

$x+1 > 0, x < 0, 1-x > 0$ 이므로
(준식) $= x+1 - x + 1 - x = -x + 2$

17. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$$

$$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$$

$$= -2a + a - b + 1 - b$$

$$= -a - 2b + 1$$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

18. $0 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(5-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x - 5 < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(x-5)^2} = -(x-5)$$

$$\therefore (\text{준식}) = -(x-5) - (5-x) = -x+5-5+x=0$$

19. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

해설

$$9 < \sqrt{2x+30} < 12$$

$$2x+30 = 10^2 = 100, \quad x = 35$$

$$2x+30 = 11^2 = 121, \quad x = 45.5$$

20. $\sqrt{30+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 4

② 6

③ 9

④ 10

⑤ 19

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 6$ 이다.

21. 다음 중 $\sqrt{23+3x}$ 가 가장 작은 자연수가 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$\sqrt{23+3x}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $23+3x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$$23 + 3x = 25$$

$$\therefore x = \frac{2}{3}$$

22. $\sqrt{180 - 18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\sqrt{180 - 18a} = \sqrt{18(10 - a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10 - a}$$

$\sqrt{10 - a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로

$$a = 8$$

$\sqrt{10 - a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로

$$a = 2$$

$M = 8$, $m = 2$ 이다.

따라서 $Mm = 16$ 이다.

23. $3x - y = 12$ 일 때, $\sqrt{5x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3x - y = 12 \Rightarrow y = 3x - 12$$

$$\sqrt{5x + y} = \sqrt{5x + 3x - 12} = \sqrt{8x - 12}$$

$$\sqrt{8x - 12} = 1 \Rightarrow 8x - 12 = 1, x = \frac{13}{8}$$

(x 는 자연수가 아니다.)

$$\sqrt{8x - 12} = 2 \Rightarrow 8x - 12 = 4, x = 2$$

따라서 $x = 2$ 이다.

24. 다음 중 $\sqrt{35-x}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 10

해설

① $\sqrt{35-1} = \sqrt{34}$ 이고 34 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

② $\sqrt{35-3} = \sqrt{32}$ 이고 32 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

③ $\sqrt{35-5} = \sqrt{30}$ 이고 30 은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

④ $\sqrt{35-7} = \sqrt{28}$ 이고 28 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

⑤ $\sqrt{35-10} = \sqrt{25}$ 이고 $25 = 5^2$ 이므로 자연수 5 가 된다.

25. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^3

③ $\sqrt{a}$

④ $\frac{1}{a^3}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$

④ 8

⑤ $\sqrt{2}$

26. 다음 중 3 에 가장 가까운 수는?

① $2\sqrt{2}$

② 2

③ $2\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{2}$

⑤ 3.5

해설

① $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$

② 2

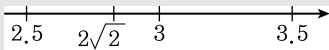
③ $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

④ $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

⑤ $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$

이고 $3 = \sqrt{9}$ 이고 $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$, $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$ 이다.

여기서 세 수를 수직선 상에 나타내면 다음과 같다.



따라서 3 과 가장 가까운 수는 $2\sqrt{2}$ 이다.

27. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$

㉡ x

㉢ $\sqrt{x}$

㉤ $-\frac{1}{x}$

㉥ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

28. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

- ① $-x^2$ ② $-x$ ③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ④ $-\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

29. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

① 없다

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

30. 다음 중 가장 작은 수는?

① $\frac{2}{3}$

② $\sqrt{\frac{2}{3}}$

③ $\sqrt{0.\dot{6}}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

해설

모두 양수이므로 각 수를 제곱하여 비교하면

① $\frac{4}{9}$

② $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

③ $(\sqrt{0.\dot{6}})^2 = 0.\dot{6} = \frac{6}{9}$

④ $\frac{2}{9}$

⑤ $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$

31. $9 < \sqrt{2x^2} \leq 14$ 를 만족하는 정수 x 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$$9 < \sqrt{2x^2} \leq 14,$$

$$81 < 2x^2 \leq 196,$$

$$40. \times \times < x^2 \leq 98$$

따라서, 주어진 범위를 만족하는 정수

$$x = -9, -8, -7, 7, 8, 9$$

32. $15 < \sqrt{6x^3} < 20$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$225 < 6x^3 < 400 \text{ 이므로}$$

$$37.5 < x^3 < \frac{200}{3} \div 66.6$$

$$3^3 = 27, 4^3 = 64, 5^3 = 125$$

$$\therefore x = 4$$

33. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면, $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값은?

① -10

② 14

③ 16

④ 19

⑤ 25

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

$$N(1) = N(2) = N(3) = 1$$

$$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$$

$$N(9) = N(10) = 3$$

$$\therefore 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$$