

1. b, c 는 상수이고, 모든 실수 x 에 대하여 $(x+2)(x+b) = x^2 + cx + 6$ 을 만족하는 c 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(x+2)(x+b) &= x^2 + cx + 6, \\ x^2 + (2+b)x + 2b &= x^2 + cx + 6, \\ 2+b &= c, 2b = 6 \\ \therefore b &= 3 \\ \text{따라서 } c &= 5\end{aligned}$$

2. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i$, $1 + \sqrt{-4}$, $3 + 4i$, 9 , $i^2 + 1$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$a + bi$ 에서 $b = 0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.
 $2i$ 의 허수 부분은 2, $1 + \sqrt{-4} = 1 + 2i$ 에서 허수 부분은 2이고,
 $3 + 4i$ 의 허수 부분은 4이다.
 9 와 $i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$ 의 허수 부분은 0이다.
따라서 실수인 것은 9와 $i^2 + 1$ 로 두 개다.

3. 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① -5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}i$ 이다.
- ② $2+3i$ 의 실수부분은 2, 허수부분은 3이다.
- ③ $-3i$ 는 순허수이다.
- ④ $1-2i$ 의 켈레 복소수는 $-1+2i$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $a+bi$ 가 실수가 되려면 $b=0$ 이어야 한다.

해설

④ $1-2i$ 의 켈레 복소수는 $1+2i$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

5. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x-1)^2$

④ $y = (x+1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

6. $a < b$ 일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a + 2 < b + 2$	㉡ $-a - 4 > -b - 4$
㉢ $\frac{1}{2}a + 3 > \frac{1}{2}b + 3$	㉣ $-\frac{a}{3} < -\frac{b}{3}$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도 부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a + 3 < \frac{1}{2}b + 3$
㉢ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

7. 부등식 $-5 \leq 2x - 3 < 3$ 을 만족하는 정수는 모두 몇 개인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

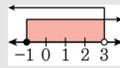
$$-5 \leq 2x - 3 < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5 \leq 2x - 3 \\ 2x - 3 < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x \leq 2 \\ 2x < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x < 3 \end{cases} \quad \therefore -1 \leq x < 3 \text{ 을 만족하는 정수}$$

따라서 $-1, 0, 1, 2$ 이므로 4개이다.



8. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① $x - 1$ ② x ③ 1
④ $x + 3$ ⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

9. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 5x + 6)(x + 1) \\ \therefore f(x) &= (x - 3)(x - 2)(x + 1) \\ \therefore a^2 + b^2 + c^2 &= (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14 \end{aligned}$$

10. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$$\begin{aligned} a &= 1999 \text{라 하면} \\ 1998 \times 1999 + 1 &= (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1 \\ \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

11. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

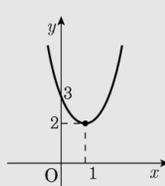
이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와
 x 축과의 교점의 x 좌표는
이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.
 $x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면
 $36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$
따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

12. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x 의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의 함숫값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < y < 3$ ② $-2 < y < 2$ ③ $0 < y < 3$
④ $0 < y < 2$ ⑤ $2 < y < 3$

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$
따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과 같다.
 $f(0) = 3, f(1) = 2$ 이므로
함숫값의 범위는 $2 < y < 3$



13. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t-4)(t-9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

14. 다음 일차부등식 중 두 부등식을 연립하여 풀었을 때, 해의 개수가 1이 되는 두 부등식을 골라 기호를 써라.

보기

㉠ $x - 4 \geq 4(x + 2)$

㉡ $7(x - 1) < 5x + 3$

㉢ $x + 1 \geq 2(2 - x)$

㉣ $\frac{3}{2}x \geq -2 + x$

㉤ $0.2(3x - 8) < \frac{1}{5}$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

㉠ $x - 4 \geq 4(x + 2)$ 에서 $x \leq -4$

㉡ $7(x - 1) < 5x + 3$ 에서 $x < 5$

㉢ $x + 1 \geq 2(2 - x)$ 에서 $x \geq 1$

㉣ $\frac{3}{2}x \geq -2 + x$ 에서 $x \geq -4$

㉤ $0.2(3x - 8) < \frac{1}{5}$ 에서 $x < 3$

따라서 ㉠과 ㉢을 연립하였을 때 $x = -4$ 로 해의 개수 1개이다.

15. $\frac{2x+ay-b}{x-y-1}$ 가 $x-y-1 \neq 0$ 인 어떤 x, y 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\frac{2x+ay-b}{x-y-1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x+ay-b = k(x-y-1)$$

x, y 에 대하여 정리하면,

$$(2-k)x + (a+k)y - b + k = 0$$

위의 식이 x, y 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2-k=0, a+k=0, -b+k=0$$

$$\therefore k=2, a=-2, b=2$$

$$\therefore a-b = -4$$

16. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $-2x+1$

② $-2x-1$

③ $-2x+3$

④ $-2x+5$

⑤ $-2x+7$

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 하면,

$f(1) = 3, f(2) = 1$ 이므로

$f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1$ 연립하면

$a = -2, b = 5$

\therefore 나머지는 $-2x+5$ 이다.

17. 다항식 $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1이고, 또 $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 이다. $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(x) = (x-3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는 $f(2)$ 이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2-3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$

18. 이차함수 $y = x^2 - px + q$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나고, x 축과 단 한 점에서 만나도록 p, q 의 값을 정할 때, $p+q$ 의 값으로 가능한 수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = x^2 - px + q \cdots \textcircled{1}$ 의 그래프는

점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 1 - p + q$

$\therefore p = q \cdots \textcircled{2}$

또, $\textcircled{1}$ 의 그래프가 x 축과 단 한 점에서 만나므로,

$\textcircled{1}$ 에서 $y = 0$ 으로 한 이차방정식

$x^2 - px + q = 0$ 은 중근을 갖는다.

따라서 판별식을 D 라 하면

$D = p^2 - 4q = 0 \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서 $p^2 - 4p = 0$

$\therefore p(p-4) = 0 \quad \therefore p = 0, 4$

$\therefore p = 0, q = 0$ 또는 $p = 4, q = 4$

19. $y = ax^2 + 2x + b$ 에서 $x = -1$ 에서 최솟값 6 을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + 2x + b \\ &= a \left\{ \left(x + \frac{1}{a}\right)^2 - \frac{1}{a^2} \right\} + b \\ &= a \left(x + \frac{1}{a}\right)^2 - \frac{1}{a} + b \\ a > 0 \text{ 이므로 } -1 + \frac{1}{a} &= 0, \quad -\frac{1}{a} + b = 6 \\ \therefore a &= 1, \quad b = 7 \\ a + b &= 1 + 7 = 8\end{aligned}$$

20. 다음 두 이차방정식

$$\begin{cases} x^2 + 4mx - (2m - 1) = 0 \\ x^2 + mx + (m + 1) = 0 \end{cases}$$

이 단 하나의 공통근을 가질 때, m 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$$\alpha^2 + 4m\alpha - (2m - 1) = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$\alpha^2 + m\alpha + (m + 1) = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉠ - ㉡하면

$$3m\alpha - 3m = 0$$

$$3m(\alpha - 1) = 0 \quad \therefore m = 0, \alpha = 1$$

$m = 0$ 일 때 두 방정식이 일치하므로

단 하나의 공통근이라는 조건에 부적합

$\alpha = 1$ 을 ㉡에 대입

$$1 + m + m + 1 = 0 \quad \therefore m = -1$$