1. $(1+i)x^2+(1-i)x-6-2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2+x-6)+(x^2-x-2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)=0$ 이어야
하므로 $x=-3$ 또는 $x=2$ 이다.
그런데 $x^2-x-2\neq 0$ 이어야 하므로 $x\neq 2$
따라서 $x=-3$

2. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2,\quad -\sqrt{2},\quad 2i,\quad -2i,$ $3i,\quad -3i,\quad 1-i,\quad 1+i$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore\ 2i,\ -2i,\ 3i,\ -3i$ 4 개,

$2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로

$(\text{실수})^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

3. 실수 k에 대하여 복소수 $z = 3(k+2i) - k(1-i)^2$의 값이 순허수가 되도록 k의 값을 정하면?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$z = 3(k+2i) - k(-2i)$$
$$= 3k + (6+2k)i \Rightarrow \text{순허수}$$
$$\therefore \ 3k = 0, \ k = 0$$

4. $x = 1998,\ y = 4331$ 일 때, $\dfrac{x+yi}{y-xi} + \dfrac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

① 0　② 1　③ -1　④ i　⑤ $-i$

해설

$$\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$$
$$= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$$
$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y-xi)(x+yi)} = 0$$

5. $x=1+\sqrt{2}i,\ y=1-\sqrt{2}i$ 일 때, x^2+y^2 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$x+y=2,\ xy=3$

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4-6=-2$

6. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x + y = 2,\ \ xy = 3$

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2$

7. 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$　② $-1 < k < 8$　③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$　⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
$D = (k-3)^2 - 4k < 0$
$k^2 - 10k + 9 < 0$, $(k-1)(k-9) < 0$
$\therefore\ 1 < k < 9$

8. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k의 값의 범위는?

① $k < 1$
② $1 < k < 3$
③ $k < 3$
④ $3 < k < 5$
⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D라 하면 $D > 0$이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$k^2 - 6k + 5 > 0$, $(k-1)(k-5) > 0$

$\therefore k < 1$ 또는 $k > 5$

9. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$k^2 + 8k \geq 0,\ k(k+8) \geq 0$

$\therefore k \leq -8$ 또는 $k \geq 0$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

10. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$의 네 근 중 가장 작은 근을 a, 가장 큰 근을 b라 할 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$

$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$

$\therefore\ x = \pm\sqrt{5},\ x = \pm\sqrt{6}$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$\therefore\ a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$

11. $x^4-5x^2-14=0$의 두 허근을 $\alpha,\ \beta$라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하면?

① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ -16

해설

$x^4-5x^2-14=(x^2+2)(x^2-7)=0$이므로
두 허근 $\alpha,\ \beta$는
각각 $\sqrt{2}i,\ -\sqrt{2}i$이므로
$\alpha^2+\beta^2=-2-2=-4$

12. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$에서

$x^2 = t$로 놓으면

$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$

$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$

(i) $t = 4$일 때, $x^2 = 4$

$\therefore\ x = \pm 2$

(ii) $t = 9$일 때, $x^2 = 9$

$\therefore\ x = \pm 3$

따라서 모든 해의 합은

$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

13. 이차방정식 $x^2 - 4|x| - 5 = 0$의 두 근의 곱은?

① -5 ② -10 ③ -15 ④ -20 ⑤ -25

해설

i) $x \geq 0$일 때,

$x^2 - 4x - 5 = (x-5)(x+1) = 0$

$\therefore x = 5$

ii) $x < 0$일 때,

$x^2 + 4x - 5 = (x+5)(x-1) = 0$

$\therefore x = -5$

i), ii) 에서 두 근의 곱은 -25이다.

14. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 + 3|x| - 4 = 0$$

① 0　② ±1　③ $\pm\sqrt{2}$　④ $\pm\sqrt{3}$　⑤ ±2

해설

(i) $x \geq 0$일 때 $|x| = x$이므로 주어진 방정식은
$x^2 + 3x - 4 = 0, (x+4)(x-1) = 0$
$\therefore x = -4$ 또는 $x = 1$
이 때, $x \geq 0$이므로 $x = -4$는 부적합
$\therefore x = 1$
(ii) $x < 0$일 때 $|x| = -x$이므로 주어진 방정식은
$x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$
$x = 4$ 또는 $x = -1$
그런데 $x < 0$이므로 $x = -1$
$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$
이 때, $x < 0$이므로 $x = 4$는 부적합
(i), (ii)에서 $x = \pm 1$

15. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 - 5|x| + 6 = 0$$

① 0, ± 1　② 0, ± 2　③ ± 1, ± 2
④ ± 2, ± 3　⑤ ± 3, ± 4

해설

(i) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$에서
$x \geq 0$일 때,
$x^2 - 5x + 6 = 0$
$(x-2)(x-3) = 0$
$\therefore x = 2$, 또는 $x = 3$
(ii) $x < 0$일 때,
$x^2 + 5x + 6 = 0$
$(x+2)(x+3) = 0$
$\therefore x = -2$, 또는 $x = -3$
(i), (ii)에서 $x = \pm 2$, $x = \pm 3$

16. x에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + a + 1 = 0$의 두 근이 연속인 정수가 되게하는 상수 a의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 n, $n+1$이라 하면

$$\begin{cases} n + (n+1) = a \cdots\cdots ㉠ \\ n(n+1) = a + 1 \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $n = \dfrac{a-1}{2} \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면

$$\frac{a-1}{2}\left(\frac{a-1}{2} + 1\right) = a + 1$$

이것을 정리하면 $(a+1)(a-5) = 0$

$a = -1,\ 5$

$\therefore -1 + 5 = 4$

17. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 2a + 4 = 0$의 두 근이 모두 정수일 때, 정수 a 값의 합은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

두 근을 α, β라 하면

$x^2 - 2ax + 2a + 4 = (x - \alpha)(x - \beta) = 0$

$\therefore \alpha + \beta = 2a,\ \alpha\beta = 2a + 4$

$\alpha\beta - \alpha - \beta = 4$

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = 5$

α, β는 정수이므로

$\therefore (\alpha, \beta) = (2, 6), (6, 2), (0, -4), (-4, 0)$

$\therefore a = 4, -2$

18. 이차방정식 $4x^2+12x+k=0$의 두 근 α, β에 대하여 $2\alpha=\beta+6$이 성립할 때, $\frac{k}{4}$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

근과 계수와의 관계에서

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=\frac{k}{4}$

$2\alpha=\beta+6$이므로

$2\alpha=(-\alpha-3)+6,\ 3\alpha=3$

$\therefore\ \alpha=1,\ \beta=-4$

$\frac{k}{4}=\alpha\beta=1\cdot(-4)=-4$

19. 방정식 $x^4 - 4x + 3 = 0$의 해를 구하면?

① $x = 1, x = -1 \pm 2i$

② $x = -1, x = 1 \pm 2i$

③ $x = 1, x = -1 \pm \sqrt{2}i$

④ $x = -1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ $x = 1$

해설

$$
\begin{array}{c|ccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & -4 & 3 \\
  &   & 1 & 1 & 1 & -3 \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & -3 & \boxed{0} \\
  &   & 1 & 2 & 3 & \\
\hline
  & 1 & 2 & 3 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

$(x-1)^2(x^2+2x+3) = 0,\ x = 1, -1 \pm \sqrt{2}i$

20. 사차방정식 $x^4-2x^3+2x^2+2x-3=0$ 을 풀면?

① $x=\pm1,\quad x=1\pm\sqrt{2}i$

② $x=\pm2,\quad x=1\pm\sqrt{3}i$

③ $x=\pm1,\quad x=1\pm\sqrt{3}i$

④ $x=\pm2,\quad x=1\pm\sqrt{2}i$

⑤ $x=\pm2,\quad x=3\pm\sqrt{2}i$

해설

조립제법을 이용한다.

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
1 & 1 & -2 & 2 & 2 & -3 \\
 & & 1 & -1 & 1 & 3 \\
\hline
-1 & 1 & -1 & 1 & 3 & \boxed{0} \\
 & & -1 & 2 & -3 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

$\Rightarrow\quad (x-1)(x+1)(x^2-2x+3)=0$

$\therefore\ x=\pm1,\quad x=1\pm\sqrt{2}i$

21. 다음 방정식 중에서 실근의 개수가 가장 많은 것은?

① $x^3 - x^2 - x - 2 = 0$

② $x^4 + x^2 - 2 = 0$

③ $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$

④ $x^4 - 16 = 0$

⑤ $5x^2 - 4x + 1 = 0$

해설

조립제법과 인수분해를 통하여 근을 구한다

① $(x-2)(x^2+x+1) = 0 \Rightarrow$ 실근 1개, 허근 2개

② $(x^2-1)(x^2+2) = 0 \Rightarrow$ 실근 2개, 허근 2개

③ $(x-3)(x+4)(x-2) = 0 \Rightarrow$ 실근 3개

④ $(x^2+4)(x^2-4) = 0 \Rightarrow$ 실근 2개, 허근 2개

⑤ $x = \dfrac{2 \pm i}{5} \Rightarrow$ 허근 2개

22. x에 관한 삼차방정식 $x^3-3x^2+2x+4=0$의 세 근을 α, β, γ라고 할 때 $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\alpha+\beta+\gamma=3,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2,\ \alpha\beta\gamma=-4$이므로

$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$

$=1-3+2+4=4$

23. 삼차방정식 $x^3-6x^2-7x-5=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$ 의 값은?

① -15　② 16　③ -16　④ 17　⑤ -17

해설

$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$
근과 계수와의 관계에 의해
$\alpha+\beta+\gamma=6,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-7,\ \alpha\beta\gamma=5$
$\therefore \quad (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=1-6-7-5=-17$

해설

$f(x)=x^3-6x^2-7x-5=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$이므로
$f(1)=(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=1-6-7-5=-17$

24. 삼차방정식 $x^3+ax+16=0$이 중근 α와 다른 실근 β를 가질 때, 상수 a 의 값은?

① -12 ② -14 ③ -16 ④ -18 ⑤ -20

해설

이차항의 계수가 0 이므로 삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha+\alpha+\beta=0,\ \beta=-2\alpha$

$\alpha\times\alpha\times\beta=-16$에서

$-2\alpha^3=-16,\ \alpha=2,\ \beta=-4$

다시 근과 계수와의 관계에 의해

일차항의 계수 $=\alpha^2+\alpha\beta+\beta\alpha=a$

$\therefore\ a=-12$

25. $xy-3x-3y+4=0$을 만족하는 양의 정수 x, y의 합 $x+y$의 값은?

① 10　　② 11　　③ 12　　④ 13　　⑤ 14

해설

$xy-3x-3y+4=0$에서

$x(y-3)-3(y-3)-5=0$, $(x-3)y-3=5$

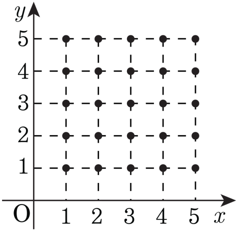
$x \geq 1$, $y \geq 1$이므로 $x-3 \geq -2$, $y-3 \geq -2$

(i) $x-3=1$, $y-3=5$일 때, $x=4$. $y=8$

(ii) $x-3=5$, $y-3=1$일 때, $x=8$, $y=4$

따라서, 구하는 값은 $x+y=4+8=8+4=12$

26. 다음 그림의 격자점 중 $xy+x-2y-2=3$을 만족시키는 점은 모두 몇 개인가?



① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개

④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$xy+x-2y-2=x(y+1)-2(y+1)$$

$$=(x-2)(y+1)$$ 이므로

$(x-2)(y+1)=3$ 에서 문제의 $x,\ y$ 는

ⅰ) $x-2=1,\ y+1=3$ 일 때, $x=3,\ y=2$

ⅱ) $x-2=3,\ y+1=1$ 일 때, $x=5,\ y=0$

ⅲ) $x-2=-1,\ y+1=-3$ 일 때, $x=1,\ y=-4$

ⅳ) $x-2=-3,\ y+1=-1$ 일 때,

$x=-1,\ y=-2$

$x,\ y$는 자연수이므로 조건을 만족시키는 점은 $(3,\ 2)$ 뿐이다.

27. 방정식 $xy+2x=3y+10$을 만족하는 양의 정수가 $x=\alpha,\ y=\beta$일 때, $\alpha\beta$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 식을 변형하면

$xy+2x-3y=10,\ xy+2x-3y-6=4,$

$(x-3)(y+2)=4$

$y+2\geq 3$이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$x-3=1,\ y+2=4$

$\therefore\ \ x=4,\ y=2$

28. 실수 x, y에 대하여 $(1+i)x+(i-1)y=2i$일 때, $x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(1+i)x+(i-1)y=2i$

$(x-y)+(x+y)i=2i$

좌변과 우변이 같아야 하므로, $x-y=0$, $x+y=2$

두 식을 연립하여 풀어주면, $\therefore\ x=1$, $y=1$

$\therefore\ x+y=2$

29. $\sqrt{(y-x)^2}+(y-1)i=-2x-3i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$|y-x|+(y-1)i=-2x-3i$

$|y-x|=-2x$

$y-1=-3 \quad \therefore\ y=-2$

(i) $y \geq x$ 일 때

$y-x=-2x,\ y=-x,\ x=2$ (모순)

(ii) $y < x$ 일 때

$x-y=-2x,\ y=3x$

$\therefore\ x=-\frac{2}{3}$ (성립)

$\therefore\ \frac{x}{y}=\frac{x}{3x}=\frac{1}{3}$

30. 두 복소수 $z_1=1+(a-2)i$, $z_2=(b-2)-ai$ 에 대하여 $z_1+(2-4i)=z_2$ 가 성립할 때, 실수 $a,\ b$ 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $a+b=8$

해설

$z_1=1+(a-2)i$, $z_2=(b-2)-ai$ 를
$z_1+(2-4i)=z_2$ 에 대입하면
$1+(a-2)i+(2-4i)=(b-2)-ai$
$3+(a-6)i=(b-2)-ai$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$3=b-2$, $a-6=-a$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$b=5,\ a=3$
$\therefore\ a+b=8$

31. 복소수 $\alpha = 2 - i$, $\beta = -1 + 2i$ 일 때, $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은? (단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 10 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}
&\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta} \\
&= \overline{\alpha}(\alpha + \beta) + \overline{\beta}(\alpha + \beta) \\
&= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) \\
&= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta}) \\
&= (1 + i)(1 - i) \\
&= 2
\end{aligned}$$

32. $z^2 = \sqrt{5}+i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$z = x+yi$ ($x,\ y$ 는 실수)로 놓으면 $(x+yi)^2 = \sqrt{5}+i$

$x^2-y^2+2xyi = \sqrt{5}+i$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x^2-y^2 = \sqrt{5},\ 2xy = 1$

$z\bar{z} = (x+yi)(x-yi) = x^2+y^2$ 이므로

$$(x^2+y^2)^2 = (x^2-y^2)^2+4x^2y^2 = (\sqrt{5})^2+4\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6$$

$x^2+y^2 > 0$ 이므로 $x^2+y^2 = \sqrt{6}$

$\therefore\ z\bar{z} = \sqrt{6}$

해설

$z^2 = \sqrt{5}+i$, $\overline{z^2} = \sqrt{5}-i$

$z^2\overline{z^2} = (\sqrt{5}+i)(\sqrt{5}-i) = 6$

$z\bar{z} = \pm\sqrt{6}$

$z\bar{z} \geq 0$ 이므로 $z\bar{z} = \sqrt{6}$

33. 두 실수 a, b에 대하여 복소수 $z = a + bi$와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$의 곱 $z\bar{z} = 5$일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right)$를 간단히 하면?

① b ② $2b$ ③ 0 ④ $5a$ ⑤ a

해설

$z\bar{z} = 5, \quad \bar{z} = \frac{5}{z}$

$\therefore \frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right) = \frac{1}{2}(z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a$

34. 차가 18 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -81

해설

차가 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x+18)$ 이다.

$y = x(x+18) = x^2 + 18x = (x^2 + 18x + 81) - 81$

$y = (x+9)^2 - 81$

35. $x+y=3, x \geq 0, y \geq 0$ 일 때, $2x^2+y^2$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 하면 $M-m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$y=3-x \geq 0$

$\therefore\ 0 \leq x \leq 3$

$2x^2+y^2=2x^2+(3-x)^2=3(x-1)^2+6$

$x=1$ 일 때, $m=6$

$x=3$ 일 때, $M=18$

$\therefore\ M-m=12$

36. 차가 4 인 두 수 중에서 그 제곱의 합이 최소가 되는 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

해설

두 수를 각각 x, $x+4$라 하면

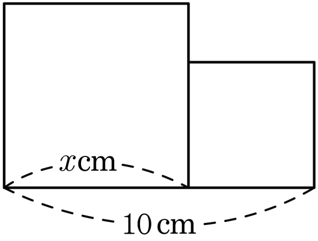
$$y = x^2 + (x+4)^2$$
$$= 2x^2 + 8x + 16$$
$$= 2(x+2)^2 + 8$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 8 을 갖는다.

$\therefore x = -2,\ x+4 = 2$

따라서 구하는 두 수는 -2, 2

37. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값을 구하여라.



① 20 ② 30 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

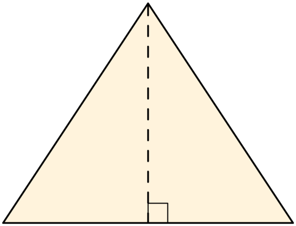
해설

한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm , 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를 $(10-x)$ cm 라고 놓으면,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (10-x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x-5)^2 - 50 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 50(cm^2) 이다.

38. 다음 그림과 같이 밑면의 길이와 높이의 합이 20 인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

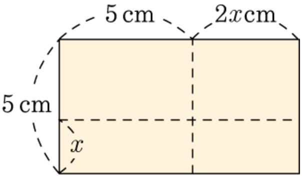
해설

밑면의 길이 x라 하면, 높이는 $20-x$ 이므로

$$
\begin{aligned}
(\text{넓이}) &= \frac{1}{2}x(20-x) \\
&= 10x - \frac{1}{2}x^2 \\
&= -\frac{1}{2}(x^2-20x+100)+50 \\
&= -\frac{1}{2}(x-10)^2+50
\end{aligned}
$$

$\therefore$ (최대 넓이) $= 50$

39. 가로, 세로의 길이가 5 cm인 정사각형에서 가로의 길이는 $2x$ cm만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $x = \frac{5}{4}$ cm

해설

가로의 길이는 $5 + 2x$, 세로의 길이는 $5 - x$ 이므로

$y = (5 + 2x)(5 - x) = -2x^2 + 5x + 25 = -2(x - \frac{5}{4})^2 + \frac{225}{8}$

$x = \frac{5}{4}$ 일 때, 최댓값 $\frac{225}{8}$ 를 갖는다.