1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

② 1 은 소수이다.

③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.

④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.

⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.
② 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 2 는 소수이다.

2. 다음 중 12 의 배수이면서 동시에 15 의 배수가 되는 수는?

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 60 ⑤ 100

해설

12 와 15 의 최소공배수인 60 의 배수를 찾으면 된다.

3. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

6, 8 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

4. 자연수 a의 약수의 개수를 $A(a)$로 나타낼 때, $A(24) \times A(x) = 32$에서 가장 작은 x의 값은?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 4

해설

$24 = 2^3 \times 3$이므로

$A(24) = (3+1) \times (1+1)$

$= 4 \times 2 = 8$

$8 \times A(x) = 32$

$A(x) = 4$

약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$이다.

5. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2 \times 3 \times 5^2$
④ $2 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $3^4 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r|r} 2 & 180 \\ \hline 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$\therefore\ 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

6. 다음 중 50 의 소인수로만 이루어진 모임은?

① 2, 5
② 1, 2, 5
③ 1, 2, 5, 10
④ 2, 5, 10, 25
⑤ 1, 2, 5, 10, 25, 50

해설

50 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

이므로 50 의 소인수는 2, 5 이다.

7. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 $a,\ b$ 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45　　② 60　　③ 75　　④ 90　　⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5$

$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$, $b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

$a = 15,\ b = 60$

$\therefore b - a = 45$

8. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 5 인 경우는
지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는
소인수가 가장 작아야하므로
소인수는 가장 작은 소수인 2 이고
따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는 $2^4 = 16$ 이다.

9. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4 ② 8 ③ 15 ④ 30 ⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2$, $b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

10. 다음 중 2 와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?

3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

2 와 서로소인 수는 3, 5, 7, 9로 총 4 개이다.

11. 16, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3 ② $2^3 \times 3$ ③ $2 \times 3 \times 7$
④ $2^3 \times 3^3$ ⑤ $2^4 \times 3^3 \times 7$

해설

$16 = 2^4$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 7$ 이다.

12. 세 자연수 A, 54, 126 의 최대공약수가 18 일 때, 다음 중 A 가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 18 ② 30 ③ 36 ④ 90 ⑤ 144

해설

세 자연수 A, 54, 126 의 최대공약수가 18 이므로 A 는 약수로 18 을 가진다.
따라서 18 을 약수로 갖지 않는 ② 30 은 A 가 될 수 없다.

13. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 16 일 때, 100 이하의 A , B 의 공배수의 개수는?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 16 의 배수 중 100 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $100 \div 16 = 6.25$
따라서 200 보다 작은 자연수의 개수는 6 개이다.

14. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$144 \div 48 = 3$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3번 회전한 후이다.

15. 두 수 $2^2 \times 3^3$ 과 A 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 7$ 일 때, 자연수 A 의 값은?

① 500 ② 502 ③ 504 ④ 506 ⑤ 508

해설

$A \times 2^2 \times 3^3 = 2^2 \times 3^2 \times 2^3 \times 3^3 \times 7$

$\therefore A = 504$

16. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는?

① 40 ② 50 ③ 60 ④ 80 ⑤ 90

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
540 = 6× (최소공배수)
따라서 최소공배수는 90 이다.

17. 옛날부터 우리나라에는 십간(☒☒)과 십이지(☒☒☒)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 <u>아닌</u> 해는?

정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004

을	병	정	무	기	경	신
유	술	해	자	축	인	묘
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011

① 1831년 ② 1881년 ③ 1951년
④ 2071년 ⑤ 2131년

해설

십간(☒☒)의 10가지와 십이지(☒☒☒)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

18. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 <u>않은</u> 것은?

① 35　　② 70　　③ 105　　④ 140　　⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 $35, 70, 105, 140, \cdots$ 이다.

19. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2 ② 3^2 ③ 2^3
④ $2^2 \times 3$ ⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

20. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A+B$ 를 계산하여라.

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.

분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.

$A=18,\ B=5$ 이므로

$A+B=23$ 이다.