

1. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었더니 몫이 16 , 나머지가 3 이었다. 이때, a 를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$ 이다. 따라서 나머지는 3 이다.

2. 다음 수를 소인수분해한 것 중에 옳지 않은 것은?

① $36 = 2^2 \times 3^2$

② $60 = 3 \times 4 \times 5$

③ $98 = 2 \times 7^2$

④ $105 = 3 \times 5 \times 7$

⑤ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

해설

② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

3. 다음 중 소인수 분해 하였을 때, 소인수가 다른 것끼리 짝지은 것은?

① 28

② 56

③ 112

④ 128

⑤ 196

해설

① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로

28 의 소인수는 2, 7

② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로

56 의 소인수는 2, 7

③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로

112 의 소인수는 2, 7

④ $128 = 2^7$ 이므로

128 의 소인수는 2

⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로

196 의 소인수는 2, 7

4. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$288 = 2^5 \times 3^2$$

가장 작은 자연수 x 는 2이다.

5. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$

⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

6. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$

7. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

두 수의 최대공약수는 2×3^2

$\therefore$ 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

8. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$

이 때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를

$(a-1, a, a+1)$ ($2 \leq a \leq 99$) 라 하면,

$(a-1) + (a) + (a+1) = (21 \text{의 배수})$

$\Rightarrow 3a = (21 \text{의 배수})$

$\Rightarrow a = (7 \text{의 배수})$

$\therefore 2 \leq a \leq 99$ 일 때, 7의 배수는 14개

9. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

10. $x \times x \times y \times y \times z \times z = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

(준식) $= x^2 \times y^2 \times z^2$ 이므로 $a = 2, b = 2, c = 2$ 이다.

따라서 $a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$ 이다.

11. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉤ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

① ㉠

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉤ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡이다.

12. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

13. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (a + 1) = 12$ (개)
즉, $3 \times (a + 1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

14. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

15. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13 의 5 개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

16. 세 수 140, 28, 100 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7$

② $2^2 \times 5^2$

③ $2 \times 5 \times 7^2$

④ $2^3 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7$

해설

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $28 = 2^2 \times 7$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 5^2 \times 7$ 이다.

17. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$6 \times x = 2 \times 3 \times x$$

$$6 \times x = 2^3 \times 3 \times x$$

$$\text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \textcircled{1}$$

$$24 \times x = 216$$

$$x = 216 \div 24 = 9$$

18. 세 수 16, 6, 2×3^2 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 308

② 302

③ 295

④ 291

⑤ 288

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로 세 수의 공배수는 144 의 배수가 된다.

따라서 144, 288, 432, ... 중 300 에 가장 가까운 수를 찾는다.

19. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하
의 60 의 배수는

60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6 개이다.

20. 세 자연수의 비가 $2:3:7$ 이고 최소공배수가 672 일 때, 세 자연수의 합에서 최대공약수를 뺀 수는?

① 16

② 72

③ 176

④ 184

⑤ 192

해설

세 자연수를 $2 \times a$, $3 \times a$, $7 \times a$ 라 하면

세 수의 최소공배수는

$$2 \times 3 \times 7 \times a = 672 = 2^5 \times 3 \times 7 \text{ 이다.}$$

$a = 2^4 = 16$ 이므로 세 수는 32, 48, 112 이다.

$$\therefore 32 + 48 + 112 - 16 = 176$$

21. 달리기 대회에서 기념품으로 수건 120 개, 스카프 144 개, 모자 156 개를 되도록 많은 참가자들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 이 때, 한 명이 받게 되는 수건과 스카프, 모자의 개수로 옳은 것은?

① 5 개, 6 개, 9 개

② 6 개, 12 개, 18 개

③ 18 개, 12 개, 10 개

④ 12 개, 12 개, 12 개

⑤ 10 개, 12 개, 13 개

해설

참가자들의 수는

120, 144, 156 의 최대공약수이므로 12

한 명이 받게 되는 수건, 스카프, 모자의 수는 각각

$$120 \div 12 = 10, 144 \div 12 = 12, 156 \div 12 = 13$$

22. 가로 길이가 200cm, 세로 길이가 120cm인 직사각형 모양의 욕실 바닥에 남는 부분이 없도록 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이를 a , 필요한 타일의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 55 ② 57 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

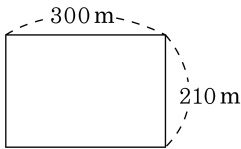
해설

200, 120의 최대공약수는 40이므로 타일 한 변의 길이는 $a = 40(\text{cm})$

$200 \div 40 = 5$, $120 \div 40 = 3$ 이므로 필요한 타일의 개수는 $b = 5 \times 3 = 15$ (개)

$$\therefore a + b = 40 + 15 = 55$$

23. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루

② 34 그루

③ 36 그루

④ 38 그루

⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,

가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$

세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

24. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84의 최대공약수인 14이다.

25. 가로, 세로, 높이가 각각 18, 10, 6 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 90 개

② 450 개

③ 545 개

④ 675 개

⑤ 735 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 18, 10, 6 의 최소공배수이므로 90 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$(90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = 675(\text{개})$ 이다.

26. 최대공약수가 18 이고, 최소공배수가 108 인 두 수의 차가 18 일 때,
두 수의 합은 얼마인가?

① 72

② 90

③ 108

④ 126

⑤ 144

해설

$$A = 18a, B = 18b$$

(a, b 는 서로소, $a < b$)로 놓으면

$$108 = 18 \times a \times b, a \times b = 6 \text{ 이다.}$$

$$(a, b) = (1, 6), (2, 3)$$

이때 $(A, B) = (18, 108), (36, 54)$

두 수의 차가 18 인 경우는 $(36, 54)$

따라서 두 수의 합은 90 이다.

27. 두 수 $2 \times 3 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, A 를 구하면?

① 2×3^2

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$(2 \times 3 \times 5) \times A = (2 \times 3) \times (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7) = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$
이다.

$\therefore A = 2^3 \times 3^2 \times 7$

28. 두 수 $\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 의 어느 것에 곱하여도 항상 자연수가 되게 하는 분수가 있다. 이 중 가장 작은 분수를 주어진 두 수에 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구한 것은?

① 145

② 146

③ 147

④ 148

⑤ 149

해설

$\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 에 곱해야 하는 가장 작은 분수의 분모는 35와 91의 최대공약수인 7이고, 분자는 72와 81의 최소공배수인 648이다. 그러므로 $\frac{35}{72} \times \frac{648}{7} = 45$, $\frac{91}{81} \times \frac{648}{7} = 104$ 이다. 두 자연수의 합은 149이다.

29. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉼니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

30. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

31. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$

$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$

약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수는

$6 = 2 \times 3$ 이다.

32. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면 $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$$\square = 2^2 = 4$$

33. 최대공약수가 24인 두 자연수 a, b 에 대해 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1, 2, 24는 a, b 의 공약수이다.
- ② 12는 a, b 의 공약수이다.
- ③ a, b 의 공약수는 모두 8개이다.
- ④ 10은 a, b 의 공약수가 아니다.
- ⑤ 3, 6, 8, 36는 a, b 의 공약수이다.

해설

a, b 의 공약수는 24의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

⑤ 36은 a, b 의 공약수가 아니다.

34. A 와 B 가 함께 일자리를 구했다. A 는 4 일간 일하고 하루 쉬고, B 는 5 일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180 일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

- ① 5 일 ② 10 일 ③ 15 일 ④ 20 일 ⑤ 35 일

해설

5 와 7 의 최소공배수는 35 ,
35 일 동안 B 가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35 일,
이 중에 A 가 쉬는 날은 20, 35 일
따라서 180 일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일) 이다.

35. 어떤 수를 5, 8, 10으로 나누었더니 나머지가 각각 2, 5, 7이었다. 어떤 수가 두 자리의 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

① 110

② 111

③ 112

④ 113

⑤ 114

해설

어떤 수를 x 라 하면 $x+3$ 은 5, 8, 10의 공배수이고, 세 수의 최소공배수는 40이다.

따라서 $x+3$ 은 40의 배수 중 두 자리의 자연수이므로 $x+3=40$, $x+3=80$ 이다.

$x=37, 77$ 이다. 따라서 $37+77=114$ 이다.