

1. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

- ① 1 개 ② 3 개 ③ 5 개 ④ 7 개 ⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

2. 복소수 $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$
 $\therefore a=3$

3. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

4. 복소수 $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

① -2

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

$$\text{순허수이므로 } 2a^2 + a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a+2)(2a-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데 $a = 2$ 이면,

$$a^2 + 4a + 4 = 0 \text{이 되어 순허수가 성립되지 않는다.}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

5. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

6. $(x-3) + (y-2)i = 2 + 5i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $2x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 10

② 12

③ 15

④ 17

⑤ 20

해설

$$x - 3 = 2, y - 2 = 5$$

$$\therefore x = 5, y = 7$$

$$\therefore 2x + y = 17$$

7. 복소수 $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ 에 대하여 z^2 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $z^2 = i$

해설

$$z = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \text{ 이므로 } z^2 = \frac{1+2i-1}{2} = i$$

8. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으면?

- ① $2 + i$ 의 허수 부분은 $2i$ 이다.
- ② $-5i$ 는 순허수이다.
- ③ i^3 은 허수이다.
- ④ $1 + \sqrt{3}i$ 의 켤레복소수는 $1 - \sqrt{3}i$ 이다.
- ⑤ $1 - \frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

- ① $2 + i$ 의 허수부분 : i (×)
- ② $-5i$ 는 순허수 (○)
- ③ $i^3 = -i$ 허수 (○)
- ④ $\overline{1 + \sqrt{3}i} = 1 - \sqrt{3}i$ (○)
- ⑤ $1 - \frac{1}{i} = 1 + i$ 복소수 (×)

9. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면

$$(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -13$$

$$x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$$

$$\therefore -23$$

10. $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5}$ 를 계산하면?

① $\sqrt{15}$

② $-\sqrt{15}$

③ $\sqrt{15}i$

④ $-\sqrt{15}i$

⑤ -15

해설

$$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5} = \sqrt{3}i \cdot \sqrt{5}i = -\sqrt{15}$$

11. 등식 $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = -5$ 를 만족하는 두 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

주어진 식의 양변에 $(1+i)(1-i)$ 를 곱하면

$$a(1-i) + b(1+i) = -10, (a+b) + (b-a)i = -10$$

$$\therefore a+b = -10, b-a = 0$$

12. a, b 가 실수일 때, $(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값의 합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0 \text{에서}$$

$$(3a - 3) + (4a - 5b + 6)i = 0$$

a, b 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $3a - 3 = 0$, $4a - 5b + 6 = 0$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

따라서 $a + b = 3$ 이다.

13. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008}$ 을 간단히 하면?

① -1

② 0

③ 1

④ i

⑤ $-i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} \\ &= \frac{2i}{2} = i \\ \therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008} &= i^{2008} \\ &= (i^4)^{502} = 1\end{aligned}$$

14. $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$ 의 값은?

- ① $-26 - 25i$
- ② $-26 + 25i$
- ③ 0
- ④ $-25 + 26i$
- ⑤ $25 + 26i$

해설

$$\begin{aligned} & i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50} \\ &= \{i + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-i) + 4 \cdot 1\} + \\ & \{5i + 6 \cdot (-1) + 7 \cdot (-i) + 8 \cdot 1\} \\ &+ \cdots + \{45i + 46 \cdot (-1) + 47 \cdot (-i) + 48 \cdot 1\} + 49i + 50 \cdot (-1) \\ &12(2 - 2i) + 49i - 50 = -26 + 25i \end{aligned}$$

15. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② i ③ 1 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1+i}{1-i} &= i, \frac{1-i}{1+i} = -i \\ \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005} \\ &= i^{2005} + (-i)^{2005} \\ &= (i^4)^{501} \cdot i + ((-i)^4)^{501} \cdot (-i) \\ &= i + (-i) = 0 \end{aligned}$$

16. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

① $10-i$

② $4i$

③ $8i$

④ $16i$

⑤ $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \{(1+i)^2\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

17. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \times i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$$

$$i^5 = i^4 \times i = i$$

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$$

18. $i + i^3 + i^5 + i^7 + \cdots + i^{101} = a + bi$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(좌변) $= i - i + i - i + \cdots + i = i$ 이므로

$i = a + bi$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a = 0, b = 1$

$\therefore a + b = 1$

19. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ 을 간단히 하면?

① 0

② $1-i$

③ $1+i$

④ $-2i$

⑤ $2i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i, \frac{1-i}{1+i} = \frac{1}{i} = -i$$

$$\therefore (\text{준식}) = (i)^7 + (-i)^8 = -i + 1$$

20. $z = 1 - i$ 일 때, $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값은?

① $-i$

② i

③ $-2i$

④ $2i$

⑤ 1

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1-i} - \frac{-i}{1+i} = \frac{2i}{2} = i$$

21. 등식 $(1+i)z + (2z-3i)i = 0$ 을 만족하는 복소수 z 는?

① $3+9i$

② $-3+9i$

③ $3-9i$

④ $\frac{3}{10} - \frac{9}{10}i$

⑤ $-\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면
 $(1+i)(a+bi) + \{2(a+bi) - 3i\}i = 0$
 $(a+bi+ai-b) + (2ai-2b+3) = 0$
 $(a-3b+3) + (3a+b)i = 0$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $a-3b+3 = 0, 3a+b = 0$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -\frac{3}{10}, b = \frac{9}{10}$
 $\therefore z = -\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

22. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

23. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

24. 실수 x 에 대하여, $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

① $2x-1$

② $-2x+1$

③ 3

④ -3

⑤ $x+1$

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 을 만족하려면,

$a < 0, b \geq 0$ 이다.

따라서 $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$\therefore -1 < x < 2$

$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$

25. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-2}} = -\sqrt{\frac{a}{a-2}}$ 를 만족하는 실수 a 에 대하여 $|a-2|+|a|$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \quad (a < 0, b \geq 0)$$

$$\therefore a \geq 0, \quad a-2 < 0 \Rightarrow 0 \leq a < 2$$

$$\therefore |a-2|+|a| = -(a-2)+a = 2$$

26. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 때, $|a| + |b| - |a - b|$ 를 간단히 하면?

- ① $2a$ ② $-2b$ ③ 0 ④ $-2a$ ⑤ $2b$

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a| + |b| - |a - b| = a - b - (a - b) = 0$$

27. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II ② I, III ③ II, III, IV
④ II, IV ⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
∴ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
∴ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
∴ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
∴ 옳다.

28. 다음 중 옳지 않은 것은?

① -2 의 제곱근은 $\sqrt{2}i$ 와 $-\sqrt{2}i$ 이다.

② $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$

29. 복소수 $z = (1+i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$z = (1+i)x + 1 - 2i = (x+1) + (x-2)i$$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x+1=0, \quad x=-1$$

30. 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다.
이 때, 실수 x 의 값은?
(단, $i^2 = -1$)

① -1 ② 1 ③ -3 ④ 3 ⑤ 7

해설

$(x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$ 가 순허수이어야 하므로
 $x^2 + 4x + 3 = 0$, $x^2 + 2x - 3 \neq 0$
 $(x+3)(x+1) = 0$, $x = -1$, $x = -3$
 $(x+3)(x-1) \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq -3$
 $\therefore x = -1$

31. $z = (1+i)x^2 + (2-i)x - 8 - 2i$ 에 대하여 $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수 x 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} z &= (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i \\ &= (x-2)(x+4) + (x+1)(x-2)i \end{aligned}$$

그런데, $z^2 < 0$ 에서 z 는 순허수이므로
 $\therefore x = -4$

32. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 를 정리하면

$$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3 + 2k)i$$

이것이 순허수이려면 $3k = 0$, $3 + 2k \neq 0$

$k = 0$ 이므로 $z = 3i$, $\bar{z} = -3i$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$$

33. 복소수 z 에 대하여 다음의 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $z \neq 0$ 이며, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수임)

- ☐㉠ $z\bar{z}$ 는 항상 실수이다.

☐㉡ $z + \bar{z} = 0$ 이면, z 는 순허수이다.

☐㉢ $z + \bar{z}$ 는 항상 실수이다.

☐㉣ $z - \bar{z}$ 는 항상 순허수이다.

☐㉤ $\frac{1}{z}$ 과 $\frac{1}{\bar{z}}$ 의 실수부는 항상 동일하다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$
㉠ $z\bar{z} = a^2 + b^2 \Rightarrow$ 실수
㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a = 0, a = 0$
 $\therefore z = bi \Rightarrow$ 순허수 ($\because z \neq 0$ 이므로 $b \neq 0$)
㉢ $z + \bar{z} = 2a \Rightarrow$ 실수
㉣ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$
순허수로 판단하기 쉬우나, $b = 0$ 인 경우
 $z - \bar{z} = 0$ 으로 순허수가 아니다.
㉤ $\frac{1}{z} = c + di$ 라면 $\frac{1}{\bar{z}} = \frac{\overline{1}}{\bar{z}} = c - di$ 이므로 참

34. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$ 를 간단히 하면?

① $-2i$

② $2i$

③ $1+i$

④ $1-i$

⑤ i

해설

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = i, \left(\frac{1-i}{1+i}\right) = -i \text{ 고 } i^4 = 1$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$$

$$= i^{2004} + (-i)^{2005}$$

$$= i^{4 \times 501} + (-i)^{4 \times 501} \times (-i)$$

$$= 1 + (-i)$$

$$= 1 - i$$