

1. 다음 보기에 주어진 수를  $x$ 라 할 때,  $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는  $x$ 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

- ① 1 개    ② 3 개    ③ 5 개    ④ 7 개    ⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는  $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

2. 복소수  $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$  가 실수가 되도록 하는 실수  $a$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로  $a-3=0$   
 $\therefore a=3$

3. 실수  $k$ 에 대하여 복소수  $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록  $k$ 의 값을 정하면?

① -2    ② 0    ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

4. 복소수  $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수  $a$ 의 값은?

- ① -2      ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

$$\text{순허수이므로 } 2a^2 + a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a+2)(2a-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$$\text{그런데 } a = 2 \text{이면,}$$

$$a^2 + 4a + 4 = 0 \text{이 되어 순허수가 성립되지 않는다.}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

5.  $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$  가 순허수가 되는 실수  $x$  의 값을 구하면?

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 2      ⑤ 3

**해설**

주어진 식을 정리하면  $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$  이고  
순허수가 되기 위해선  $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$  이어야  
하므로  $x = -3$  또는  $x = 2$  이다.  
그런데  $x^2 - x - 2 \neq 0$  이어야 하므로  $x \neq 2$   
따라서  $x = -3$

6.  $(x-3) + (y-2)i = 2 + 5i$ 를 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $2x+y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 10      ② 12      ③ 15      ④ 17      ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}x-3 &= 2, y-2 = 5 \\ \therefore x &= 5, y = 7 \\ \therefore 2x+y &= 17\end{aligned}$$

7.  $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$  의 값은?

- ①  $8\sqrt{3}i$     ②  $4\sqrt{3}i$     ③  $-2$     ④  $0$     ⑤  $2$

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

8. 복소수  $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$  에 대하여  $z^2$  을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $z^2 = i$

해설

$$z = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \text{ 이므로 } z^2 = \frac{1+2i-1}{2} = i$$

9. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으시오.

- ①  $2+i$ 의 허수 부분은  $2i$ 이다.
- ②  $-5i$ 는 순허수이다.
- ③  $i^3$ 은 허수이다.
- ④  $1+\sqrt{3}i$ 의 켈레복소수는  $1-\sqrt{3}i$ 이다.
- ⑤  $1-\frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

- ①  $2+i$ 의 허수부분 :  $i$  (×)
- ②  $-5i$ 는 순허수 (○)
- ③  $i^3 = -i$  허수 (○)
- ④  $\overline{1+\sqrt{3}i} = 1-\sqrt{3}i$  (○)
- ⑤  $1-\frac{1}{i} = 1+i$  복소수 (×)

10.  $x = 3 + 2i$  일 때,  $x^2 - 6x - 10$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$  에서  $x - 3 = 2i$  의 양변을 제곱하면  
 $(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -13$   
 $x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$   
 $\therefore -23$

11.  $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5}$ 를 계산하면?

①  $\sqrt{15}$

②  $-\sqrt{15}$

③  $\sqrt{15}i$

④  $-\sqrt{15}i$

⑤  $-15$

해설

$$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5} = \sqrt{3i} \cdot \sqrt{5i} = -\sqrt{15}$$

12. 등식  $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = -5$ 를 만족하는 두 실수  $a+b$ 의 값을 구하시오  
(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답:

▷ 정답: -10

해설

주어진 식의 양변에  $(1+i)(1-i)$ 를 곱하면  
 $a(1-i) + b(1+i) = -10$ ,  $(a+b) + (b-a)i = -10$   
 $\therefore a+b = -10$ ,  $b-a = 0$

13.  $a, b$ 가 실수일 때,  $(a+2i)(3+4i)+5(1-bi)=0$ 을 만족하는  $a, b$ 의 값의 합은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$(a+2i)(3+4i)+5(1-bi)=0$ 에서  
 $(3a-3)+(4a-5b+6)i=0$   
 $a, b$ 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여  $3a-3=0$ ,  $4a-5b+6=0$   
 $\therefore a=1, b=2$   
따라서  $a+b=3$  이다.

14.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008}$  을 간단히 하면?

- ①  $-1$       ②  $0$       ③  $1$       ④  $i$       ⑤  $-i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} \\ &= \frac{2i}{2} = i \\ \therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008} &= i^{2008} \\ &= (i^4)^{502} = 1\end{aligned}$$

15.  $i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 50i^{50}$  의 값은?

- ①  $-26 - 25i$       ②  $-26 + 25i$       ③  $0$   
④  $-25 + 26i$       ⑤  $25 + 26i$

해설

$$\begin{aligned} & i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 50i^{50} \\ &= \{i + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-i) + 4 \cdot 1\} + \\ & \{5i + 6 \cdot (-1) + 7 \cdot (-i) + 8 \cdot 1\} \\ & + \dots + \{45i + 46 \cdot (-1) + 47 \cdot (-i) + 48 \cdot 1\} + 49i + 50 \cdot (-1) \\ & 12(2 - 2i) + 49i - 50 = -26 + 25i \end{aligned}$$

16.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$  의 값을 구하면?

- ① 0      ②  $i$       ③ 1      ④  $1+i$       ⑤  $1-i$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1+i}{1-i} &= i, \frac{1-i}{1+i} = -i \\ \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005} \\ &= i^{2005} + (-i)^{2005} \\ &= (i^4)^{501} \cdot i + ((-i)^4)^{501} \cdot (-i) \\ &= i + (-i) = 0 \end{aligned}$$

17.  $(1+i)^{10}$  의 값은?

- ①  $10-i$     ②  $4i$     ③  $8i$     ④  $16i$     ⑤  $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \{(1+i)^2\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

18.  $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$  을 간단히 하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ①  $i$       ②  $-i$       ③  $1+i$       ④  $0$       ⑤  $1$

해설

$$\begin{aligned}i^2 &= -1, \quad i^3 = i^2 \times i = -i, \quad i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1, \\i^5 &= i^4 \times i = i \\i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 &= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i\end{aligned}$$

19.  $i + i^3 + i^5 + i^7 + \dots + i^{101} = a + bi$  일 때,  $a + b$  의 값은? (단,  $a, b$  는 실수)

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

(좌변) =  $i - i + i - i + \dots + i = i$  이므로  
 $i = a + bi$  에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여  $a = 0, b = 1$   
 $\therefore a + b = 1$

20.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$  을 간단히 하면?

- ① 0      ②  $1-i$       ③  $1+i$       ④  $-2i$       ⑤  $2i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i, \quad \frac{1-i}{1+i} = \frac{1}{i} = -i$$

$$\therefore (\text{준식}) = (i)^7 + (-i)^8 = -i + 1$$

21.  $z = 1 - i$  일 때,  $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$  의 값은?

- ①  $-i$     ②  $i$     ③  $-2i$     ④  $2i$     ⑤  $1$

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1-i} - \frac{-i}{1+i} = \frac{2i}{2} = i$$

22. 등식  $(1+i)z + (2z-3i)i = 0$  을 만족하는 복소수  $z$  는?

①  $3+9i$

②  $-3+9i$

③  $3-9i$

④  $\frac{3}{10} - \frac{9}{10}i$

⑤  $-\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

해설

$z = a + bi$  ( $a, b$  는 실수)로 놓으면  
 $(1+i)(a+bi) + \{2(a+bi) - 3i\}i = 0$   
 $(a+bi+ai-b) + (2ai-2b+3)i = 0$   
 $(a-3b+3) + (3a+b)i = 0$   
복소수가 서로 같을 조건에 의하여  
 $a-3b+3=0, 3a+b=0$   
두 식을 연립하여 풀면  
 $a = -\frac{3}{10}, b = \frac{9}{10}$   
 $\therefore z = -\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

23.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$  을 만족하는 자연수  $n$  의 값이 아닌 것은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ① 2      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$  이 성립하려면  $n = 4m + 2$  ( $m \geq 0$ )

③ :  $8 = 4 \times 2 + 0$

24.  $x = -2 - i$  일 때,  $x^2 + 4x + 10$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$  에서  $x + 2 = -i$  의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$  이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

25. 실수  $x$ 에 대하여,  $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$  이 성립할 때,  $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단,  $(x+1)(x-2) \neq 0$ )

①  $2x-1$

②  $-2x+1$

③ **3**

④  $-3$

⑤  $x+1$

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 을 만족하려면,}$$

$a < 0, b \geq 0$  이다.

따라서  $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$$

26.  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-2}} = -\sqrt{\frac{a}{a-2}}$  를 만족하는 실수  $a$  에 대하여  $|a-2|+|a|$  의 값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \quad (a < 0, b \geq 0)$$

$$\therefore a \geq 0, a-2 < 0 \Rightarrow 0 \leq a < 2$$

$$\therefore |a-2|+|a| = -(a-2)+a = 2$$

27. 0이 아닌 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 때,  $|a| + |b| - |a-b|$ 를 간단히 하면?

- ①  $2a$       ②  $-2b$       ③  $0$       ④  $-2a$       ⑤  $2b$

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a| + |b| - |a-b| = a - b - (a-b) = 0$$

28. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

보기

$$\begin{aligned} \text{I. } & \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3)\cdot(-3)} = \sqrt{9} = 3 \\ \text{II. } & \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5\times(-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i \\ \text{III. } & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i \\ \text{IV. } & \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i \end{aligned}$$

- ① I, II                      ② I, III                      ③ II, III, IV  
 ④ II, IV                      ⑤ III, IV

해설

$$\begin{aligned} \text{I. } & \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3i}\sqrt{3i} = \sqrt{9i^2} = -3 \\ & \therefore \text{옳지 않다.} \\ \text{II. } & \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i \\ & \therefore \text{옳다.} \\ \text{III. } & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i \\ & \therefore \text{옳지 않다.} \\ \text{IV. } & \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i \\ & \therefore \text{옳다.} \end{aligned}$$

29. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $-2$ 의 제곱근은  $\sqrt{2}i$ 와  $-\sqrt{2}i$ 이다.

②  $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = -\sqrt{(-2)(-3)}$

③  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}i$

④  $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-8}{-2}}$

⑤  $-\sqrt{-16} = -4i$

해설

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{2}}{2i} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

30. 복소수  $z = (1+i)x + 1 - 2i$ 에 대하여  $z^2$ 이 음의 실수일 때, 실수  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x = -1$

해설

$$z = (1+i)x + 1 - 2i = (x+1) + (x-2)i$$

$z^2$ 의 음의실수  $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x+1=0, \quad x=-1$$

31. 복소수  $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다.  
이 때, 실수  $x$ 의 값은?  
(단,  $i^2 = -1$ )

① -1      ② 1      ③ -3      ④ 3      ⑤ 7

해설

$(x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$ 가 순허수이어야 하므로  
 $x^2 + 4x + 3 = 0, x^2 + 2x - 3 \neq 0$   
 $(x+3)(x+1) = 0, x = -1, x = -3$   
 $(x+3)(x-1) \neq 0, x \neq 1, x \neq -3$   
 $\therefore x = -1$

32.  $z = (1+i)x^2 + (2-i)x - 8 - 2i$ 에 대하여  $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수  $x$ 의 값을 구하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -4      ② -2      ③ 2      ④ 4      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} z &= (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i \\ &= (x-2)(x+4) + (x+1)(x-2)i \end{aligned}$$

그런데,  $z^2 < 0$ 에서  $z$ 는 순허수이므로  
 $\therefore x = -4$

33. 실수  $k$ 에 대하여 복소수  $z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때,  $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k+i) - k(1-i)^2 \text{ 를 정리하면} \\ z &= 3k + 3i + 2ki = 3k + (3+2k)i \\ \text{이것이 순허수이려면 } 3k &= 0, 3+2k \neq 0 \\ k &= 0 \text{ 이므로 } z = 3i, \bar{z} = -3i \\ \therefore z \cdot \bar{z} &= 3i \cdot -3i = 9 \end{aligned}$$

34. 복소수  $z$ 에 대하여 다음의 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $z \neq 0$  이며,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켈레복소수임)

- ㉠  $z\bar{z}$ 는 항상 실수이다.
- ㉡  $z + \bar{z} = 0$ 이면,  $z$ 는 순허수이다.
- ㉢  $z + \bar{z}$ 는 항상 실수이다.
- ㉣  $z - \bar{z}$ 는 항상 순허수이다.
- ㉤  $\frac{1}{z}$ 과  $\frac{1}{\bar{z}}$ 의 실수부는 항상 동일하다.

- ① ㉠, ㉡                      ② ㉠, ㉣                      ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉣, ㉤                ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

**해설**

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$

㉠  $z\bar{z} = a^2 + b^2 \Rightarrow$  실수

㉡  $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a = 0, a = 0$   
 $\therefore z = bi \Rightarrow$  순허수 ( $\because z \neq 0$  이므로  $b \neq 0$ )

㉢  $z + \bar{z} = 2a \Rightarrow$  실수

㉣  $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$   
 순허수로 판단하기 쉬우나,  $b = 0$  인 경우  
 $z - \bar{z} = 0$  으로 순허수가 아니다.

㉤  $\frac{1}{z} = c + di$  라면  $\frac{1}{\bar{z}} = \overline{\frac{1}{z}} = c - di$  이므로 참

35.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$  를 간단히 하면?

- ①  $-2i$     ②  $2i$     ③  $1+i$     ④  $1-i$     ⑤  $i$

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{1+i}{1-i}\right) &= i, \left(\frac{1-i}{1+i}\right) = -i \text{이고 } i^4 = 1 \\ \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005} \\ &= i^{2004} + (-i)^{2005} \\ &= i^{4 \times 501} + (-i)^{4 \times 501} \times (-i) \\ &= 1 + (-i) \\ &= 1 - i \end{aligned}$$