

1. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고르면?

$\textcircled{\tiny{\Gamma}}$   $x^2 + 2x + 1 = 0$

$\textcircled{\tiny{\Delta}}$   $x^2 + 2x + 4 = 0$

$\textcircled{\tiny{\Xi}}$   $x^2 + 4x + 2 = 0$

- ①  $\textcircled{\tiny{\Gamma}}$

②  $\textcircled{\tiny{\Delta}}$

③  $\textcircled{\tiny{\Xi}}$

④  $\textcircled{\tiny{\Gamma}}, \textcircled{\tiny{\Xi}}$

⑤  $\textcircled{\tiny{\Delta}}, \textcircled{\tiny{\Xi}}$

해설

$\textcircled{\tiny{\Gamma}}$   $(x + 1)^2 = 0$  : 중근

$\textcircled{\tiny{\Delta}}$   $a = 1, b' = 1, c = 4$   
 $1^2 - 1 \cdot 4 = -3 < 0$  : 허근

$\textcircled{\tiny{\Xi}}$   $a = 1, b' = 2, c = 2$   
 $2^2 - 1 \cdot 2 = 2 > 0$  : 서로 다른 두 실근 (○)

2. 이차방정식  $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수  $k$ 의 값을 구하면?

① -1      ② 1      ③ 0      ④ -2      ⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

3.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수  $a$ 의 조건을 구하면?

- ①  $a > 1$     ②  $a < \frac{3}{2}$     ③  $a < \frac{3}{4}$     ④  $a > \frac{3}{4}$     ⑤  $a < 2$

해설

판별식을  $D$ 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면  $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

4.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수  $k$ 의 값의 범위는?

①  $k < -2$

②  $-1 < k < 0$

③  $-1 < k < 4$

④  $k < 5$

⑤  $0 < k < 5$

해설

$x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = 9 - 2k + 1 > 0 \quad \therefore 2k < 10 \quad \therefore k < 5$$

5. 이차방정식  $x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 갖게 하는 실수  $k$ 의 값으로 옳지 않은 것은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D = (-3)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (k - 1) \geq 0$$

$$9 + 4k - 4 \geq 0, 4k \geq -5$$

$$\therefore k \geq -\frac{5}{4}$$

6. 이차방정식  $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수  $k$ 의 최대값은?

① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$  최댓값은 3 ( $\because k$ 는 정수)

7. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

|                              |                               |
|------------------------------|-------------------------------|
| ㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$         | ㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$ |
| ㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$ | ㉣ $x^2 - x + 2 = 0$           |

- ① 0개      ② 1개      ③ 2개      ④ 3개      ⑤ 4개

해설

- ㉠  $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$  이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㉡  $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$  이므로 중근을 갖는다.
- ㉢  $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$  이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ㉣  $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$  이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

8. 이차방정식  $x^2 + 4x + k = 0$ 이 허근을 가지도록 상수  $k$ 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k > 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k < 0$$

$$\therefore k > 4$$

9. 이차방정식  $x^2 + 8x + 2k = 0$ 이 허근을 가지도록 하는 정수  $k$ 의 값의 최솟값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

이차방정식에서 허근을 가질 조건은

$\frac{D'}{4} < 0$ 이어야 하므로,

$16 - 2k < 0, 2k > 16, \therefore k > 8$

$\therefore$  정수  $k$ 의 최솟값은 9

10. 이차방정식  $x^2 + (k - 4)x + k - 1 = 0$  이 중근을 가지도록 상수  $k$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을  $D$  라 하면,  
 $D = 0$  일 때 중근을 가지므로  
 $D = (k - 4)^2 - 4(k - 1) = k^2 - 12k + 20 = 0$  에서  
 $(k - 2)(k - 10) = 0$   
따라서,  $k = 2, k = 10$  이므로  $k$ 의 값은 12이다.

11.  $x$ 에 대한 이차방정식  $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때,  $k > m$ 이다.  $m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이

허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$

$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

12. 이차방정식  $x^2 - 2x + m = 0$  이 허근을 가질 때, 실수  $m$  의 범위를 구하면?

①  $m < 1$

②  $-1 < m < 1$

③  $m < -1$  또는  $m > 1$

④  $m > 1$

⑤  $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$$D/4 = 1 - m < 0$$

$$\therefore m > 1$$

13. 이차방정식  $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수  $a$ 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

14. 이차방정식  $x^2 - x(kx - 5) + 3 = 0$ 이 허근을 가질 때, 정수  $k$ 의 최댓값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x^2 - kx^2 + 5x + 3 = 0$ 이 허근을 가지려면

$$D = 25 - 4 \times 3(1 - k) < 0$$

$$25 - 12 + 12k < 0 \quad \therefore 12k < -13$$

$$\therefore k < -\frac{13}{12} \text{ 이므로}$$

정수  $k$ 의 최댓값은 -2

15. 이차방정식  $x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$ 이 허근을 갖기 위한 최대 정수  $k$  값은?

① -8      ② -4      ③ -2      ④ 5      ⑤ 2

해설

$$x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$$

$$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(1 - k)x^2 + 7x + 3 = 0$$

( i ) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

$x^2$ 의 계수는  $1 - k \neq 0$  이어야 한다.

따라서  $k \neq 1$

( ii ) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식  $D < 0$  이어야 하므로

$$D = 7^2 - 4 \cdot (1 - k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$$

$$37 + 12k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{37}{12}$$

따라서 최대정수는 -4이다.

16. 계수가 실수인  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이  $m$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는  $a, b$ 값의 합은?

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

$m$ 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

17. 이차식  $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가  $x$ 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수  $k$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면  
이차방정식  $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$   
이 중근을 갖는다.  
따라서,  $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$   
위의 식을 정리하면  
 $-k^2 + 4k - 3 = 0$   
 $k^2 - 4k + 3 = 0$   
 $(k-1)(k-3) = 0$ 에서  
 $k = 1$  또는  $k = 3$

18.  $x$ 에 대한 이차식  $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때,  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

19. 0 이 아닌 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 가 성립할 때, <보기>의 방정식 중 항상 실근이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

보 기

- $\textcircled{\tiny ㉠} \quad x^2 + ax + b = 0$
- $\textcircled{\tiny ㉡} \quad x^2 + bx + a = 0$
- $\textcircled{\tiny ㉢} \quad ax^2 + x + b = 0$
- $\textcircled{\tiny ㉣} \quad bx^2 + ax + b = 0$

- ①  $\textcircled{\tiny ㉠}, \textcircled{\tiny ㉡}$
- ②  $\textcircled{\tiny ㉠}, \textcircled{\tiny ㉢}$
- ③  $\textcircled{\tiny ㉡}, \textcircled{\tiny ㉣}$
- ④  $\textcircled{\tiny ㉡}, \textcircled{\tiny ㉢}$
- ⑤  $\textcircled{\tiny ㉢}, \textcircled{\tiny ㉣}$

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$  이 만족하려면  $b > 0, a < 0$   
 $\textcircled{\tiny ㉠} \quad x^2 + ax + b = 0, \quad D = a^2 - 4b$   
 $b \leq \frac{a^2}{4}$  일 때만 실근 존재  
 $\textcircled{\tiny ㉡} \quad x^2 + bx + a = 0$   
 $D = b^2 - 4a > 0$  항상 실근 존재 (○)  
 $\textcircled{\tiny ㉢} \quad ax^2 + x + b = 0$   
 $D = 1 - 4ab > 0$  항상 실근 존재 (○)  
 $\textcircled{\tiny ㉣} \quad bx^2 + ax + b = 0$   
 $D = a^2 - 4b^2, \quad a^2 \geq 4b^2$  일 때만 실근 존재

20.  $x$ 에 대한 방정식  $ax^2 + 2x - a - 2 = 0$ 의 근을 판별하면? (단,  $a$ 는 실수)

- ① 오직 한 실근을 갖는다.
- ② 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ③ 중근을 갖는다.
- ④ 실근을 갖는다.
- ⑤ 허근을 갖는다.

해설

( i )  $a = 0$  일 때 :  $x = \frac{a+2}{2}$

( ii )  $a \neq 0$  일 때 : 판별식을 구한다.

$$D' = 1 + a(a+2) = a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 \geq 0$$

$\therefore$  주어진 방정식은 실근을 갖는다

21. 이차방정식  $x^2 - 2ax - 3a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는  $a$ 의 값과 그 때의 중근을 구한 것은?

①  $a = -3, x = -3$

②  $a = -3, x = 0$

③  $a = 0, x = -3$

④  $a = 3, x = 0$

⑤  $a = 3, x = 3$

해설

$$\frac{D}{4} = (-a)^2 - (-3a) = 0$$

$$a^2 + 3a = 0, a(a + 3) = 0$$

$$a = -3 \text{ 또는 } 0$$

$$(i) a = -3 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3 (\text{중근})$$

$$(ii) a = 0 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 = 0$$

$$\therefore x = 0$$

22. 이차방정식  $2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 갖고, 동시에  $x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 정수  $k$ 의 개수를 구하면?

① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

$2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 가질 조건은

$$\frac{D}{4} = 4 + 6k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 가질 조건은

$$D = 25 + 8k \geq 0$$

$$\therefore k \geq -\frac{25}{8} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } -\frac{25}{8} \leq k < -\frac{2}{3}$$

따라서, 정수  $k = -3, -2, -1$

$\therefore$  정수  $k$ 의 개수는 3개

23.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$ 이  $m$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$   
항상 중근을 가질 조건 : 판별식  $D = 0$   
 $D = (2m + a + b)^2 - 4(m^2 + ab) = 0$   
 $4m^2 + a^2 + b^2 + 4ma + 2ab + 4mb - 4m^2 - 4ab = 0$   
 $m$ 에 관해 식을 정리하면  
 $(4a + 4b)m + (a^2 - 2ab + b^2) = 0$   
 $4a + 4b = 0, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 0$   
 $\therefore a + b = 0$

24.  $x$ 의 이차방정식  $x^2 - (2a + 2 + m)x + a^2 + 4a - n = 0$ 이  $a$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 상수  $m, n$ 을 정할 때,  $m + n$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$D = (2a + 2 + m)^2 - 4(a^2 + 4a - n) = 0$$

이 등식을  $a$ 에 관하여 정리하면

$$4a(m - 2) + m^2 + 4m + 4n + 4 = 0$$

이 등식이  $a$ 에 관계없이 항상 성립하려면

$$4(m - 2) = 0, m^2 + 4m + 4n + 4 = 0$$

$$\therefore m = 2, n = -4 \quad \therefore m + n = -2$$

