

1. $(x + a)^2 = x^2 + bx + 9$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$a^2 = 9 \quad \therefore a = 3$$

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9 \quad \therefore b = 6$$

따라서 $a - b = 3 - 6 = -3$ 이다.

2. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) = 3^{\square} - 1$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} & (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1) \\ &= 3^8-1 \end{aligned}$$

3. 일차항의 계수가 다른 하나는?

① $\left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left(\frac{7}{2}x - 15\right)$

② $(2x - 1)(3x + 3)$

③ $(x + 1)(x + 2)$

④ $(x - 3)(x + 6)$

⑤ $(2x - 3)(x + 1)$

해설

① $\left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left(\frac{7}{2}x - 15\right) = \frac{7}{4}x^2 + 3x - 45$

② $(2x - 1)(3x + 3) = 6x^2 + 3x - 3$

③ $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$

④ $(x - 3)(x + 6) = x^2 + 3x - 18$

⑤ $(2x - 3)(x + 1) = 2x^2 - x - 3$

4. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$ 을 전개할 때, x^2 의 계수를 구하면?

① 3

② 5

③ 7

④ -5

⑤ -7

해설

$$\begin{aligned}& (x-1)(x-2)(x+2)(x+3) \\&= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-2)(x+3)\} \\&= (x^2+x-2)(x^2+x-6)\end{aligned}$$

x^2 의 계수를 구해야 하므로, $-6x^2 + x^2 - 2x^2 = -7x^2$ 에서 x^2 의 계수는 -7이다.

5. $x(x-1)(x+2)(x-3) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & x(x-1)(x+2)(x-3) \\ &= \{x(x-1)\}\{(x+2)(x-3)\} \\ &= (x^2 - x)(x^2 - x - 6) \end{aligned}$$

$$x^2 - x = t \text{로 치환하면 } t(t-6) = t^2 - 6t$$

$$t = x^2 - x \text{를 대입하여 정리하면 } x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x$$

따라서 $a + b + c = -2 - 5 + 6 = -1$ 이다.

6. $x(x+2)(x-3)(x-5) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$$x(x+2)(x-3)(x-5)$$

$$= \{x(x-3)\}\{(x+2)(x-5)\}$$

$$= (x^2 - 3x)(x^2 - 3x - 10)$$

$$x^2 - 3x = t \text{로 치환하면 } t(t-10) = t^2 - 10t$$

$$t = x^2 - 3x \text{를 대입하여 정리하면 } x^4 - 6x^3 - x^2 + 30x$$

따라서 $a + b + c = -6 - 1 + 30 = 23$ 이다.

7. $x - y = 5$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, xy 의 값은?

① -5

② -8

③ -10

④ -12

⑤ -14

해설

$$(x - y)^2 + 2xy = x^2 + y^2$$

$$25 + 2xy = 9$$

$$2xy = -16$$

$$\therefore xy = -8$$

8. $a + b = 6$, $ab = 8$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 0

② 10

③ 15

④ 18

⑤ 20

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \text{ 이므로, } 6^2 - 2 \times 8 = 36 - 16 = 20$$

9. $(2x + ay)^2 = bx^2 + cxy + 9y^2$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$(2x + ay)^2 = 4x^2 + 4axy + a^2y^2$$

$$4x^2 + 4axy + a^2y^2 = bx^2 + cxy + 9y^2$$

$$\therefore b = 4$$

$$a^2 = 9$$

$$\therefore a = 3 (\because a > 0)$$

$$4a = c$$

$$\therefore c = 12$$

$$a - b + c = 3 - 4 + 12 = 11$$

10. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 87^2

② 51×52

③ 13×7

④ 37×43

⑤ 51^2

해설

$$\begin{aligned} 51 \times 52 &= (50 + 1)(50 + 2) \\ &= 50^2 + (1 + 2) \times 50 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

11. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1004

해설

$$\begin{aligned}\frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} &= \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} \\ &= 1004\end{aligned}$$

12. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② 7

③ $\frac{7}{2}$

④ 14

⑤ 16

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$9 - 2ab = 7$$

$$\therefore ab = 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$$

13. $x + y = 9$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?

① 52

② 56

③ 60

④ 72

⑤ 80

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\&= 9^2 - 3 \times 3 \\&= 72\end{aligned}$$

14. $x^2 - 2x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x - \frac{1}{x} = 2,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$$

15. $a - b = -2$, $ab = 4$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 12

③ -4

④ -7

⑤ -15

해설

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = (-2)^2 + 2 \times 4 = 12$$

16. $x + y = 4$, $xy = -2$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 4^2 - 2 \times (-2) \\&= 16 + 4 = 20\end{aligned}$$

17. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값은?

① 20

② 25

③ 7

④ 5

⑤ 10

해설

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times (-4) = 25$$

18. $x + y = 3$, $xy = -4$ 일 때, $x^2 + y^2 - xy$ 의 값은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy + y^2 &= (x + y)^2 - 3xy \\&= 3^2 - 3 \times (-4) \\&= 21\end{aligned}$$

19. $a + b = 3$, $a^2 + b^2 = 5$, $a > b$ 일 때, $\frac{ab}{a-b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5 \text{ 에서 } ab = 2$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab \text{ 이므로}$$

$$\therefore a - b = 1 \quad (\because a > b)$$

$$\therefore \frac{ab}{a-b} = \frac{2}{1} = 2$$

20. $(a+2)(b+2) = 12$, $ab = 2$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b$)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$(a+2)(b+2) = ab + 2(a+b) + 4 = 12$ 이고 $ab = 2$ 이므로
 $a+b = 3$

$\therefore (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 3^2 - 8 = 1$

$a < b$ 즉, $a-b < 0$ 이므로 $a-b = -1$ 이다.

21. $x + y = 1$, $xy = -3$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$x + y = 1$, $xy = -3$ 이므로

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= (1)^2 - 2 \times (-3) \\&= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore x^4 + y^4 &= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 \\&= (7)^2 - 2 \times (-3)^2 \\&= 31\end{aligned}$$

22. $(3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

①

14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z) \\ &= \{3x - (2y - 4z)\}\{2x + (2y - 4z)\} \end{aligned}$$

$2y - 4z = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} & (3x - A)(2x + A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \end{aligned}$$

$A = 2y - 4z$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} & 6x^2 + (2y - 4z)x - (2y - 4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \end{aligned}$$

$\therefore xy, yz, zx$ 각각의 계수의 합 : $2 + 16 + (-4) = 14$

23. $x + y = 3$, $xy = 2$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \times 2 = 5$$

$$\therefore x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 = 25 - 2 \times 4 = 17$$