1. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{2}{x+1}+\dfrac{3}{y-1}=2 \\ \dfrac{2}{x+1}-\dfrac{3}{y-1}=6 \end{cases}$ 의 해가

$x=a,\ y=b$일 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\dfrac{1}{x+1}=X,\ \dfrac{1}{y-1}=Y$라 하면

$\begin{cases} 2X+3Y=2\cdots ㉠ \\ 2X-3Y=6\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ + ㉡하면

$4X=8$에서 $X=2$, $Y=-\dfrac{2}{3}$

$X=\dfrac{1}{x+1}$ 이므로

$\dfrac{1}{x+1}=2,\ x+1=\dfrac{1}{2},\ x=-\dfrac{1}{2}$

$Y=\dfrac{1}{y-1}$ 이므로

$\dfrac{1}{y-1}=-\dfrac{2}{3},\ 2(y-1)=-3,\ y=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore a-b=\left(-\dfrac{1}{2}\right)-\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$

2. $\dfrac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\dfrac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ______자리의 수

▷ **정답 :** 11자리의 수

해설

$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$

$\therefore \ x = -2x + 2y + 3$

$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$

$\therefore \ 2x + 2y = 3y + 3$

두 식을 연립하면

$x = 3, \ y = 3$

$$\begin{aligned} 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 \\ &= 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 \\ &= 64 \times 10^9 \end{aligned}$$

따라서 11자리의 수이다.

3. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(5^3)^{x+2} = 5^{-2x+11}$

$3(x+2) = -2x+11$

$3x+6 = -2x+11$

$\therefore x = 1$

4. $\dfrac{2^{10}\times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 $a-1$ 자리의 자연수이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\frac{2^{10}\times 15^{20}}{45^{10}}=\frac{2^{10}\times(3\cdot 5)^{20}}{(3^2\cdot 5)^{10}}=\frac{2^{10}\times 3^{20}\times 5^{20}}{3^{20}\times 5^{10}}$$

$$=2^{10}\times 5^{10}=10^{10}$$

따라서 11 자리의 수 이므로 $a-1=11$

$\therefore a=12$

5. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$일 때, $x^2 + y^2 + z^2$의 값을 a, b, c에 관하여 바르게 나타낸 것은?

① $\dfrac{bc}{c} + \dfrac{ac}{a} + \dfrac{ab}{b}$ ② $\dfrac{bc}{b} + \dfrac{ac}{c} + \dfrac{ab}{a}$ ③ $\dfrac{bc}{c} + \dfrac{ac}{b} + \dfrac{ab}{a}$

④ $\dfrac{bc}{b} + \dfrac{ac}{a} + \dfrac{ab}{c}$ ⑤ $\dfrac{bc}{a} + \dfrac{ac}{b} + \dfrac{ab}{c}$

해설

$x^2y^2z^2 = abc$이고

$$x^2 = \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$$

$$y^2 = \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$$

$$z^2 = \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$$

$$\therefore\ x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$$

6. $f(x) = 2^x$ 을 나타낸다고 할 때, 다음을 만족하는 x, y, z 의 합을 구하여라.

- $f(4) = x$
- $f(y) = \frac{1}{8}$
- $f(2) + f(z) \times f(-3) = 6$

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$f(4) = 2^4 = 16 \qquad \therefore\ x = 16$

$f(y) = 2^y = \frac{1}{8} \qquad \therefore\ y = -3$

$f(2) + f(z) \times f(-3) = 6$

$2^2 + 2^z \times 2^{-3} = 6$

$4 + 2^z \times \frac{1}{8} = 6$

$2^z \times \frac{1}{8} = 2,\ 2^z = 16 \qquad \therefore\ z = 4$

$\therefore\ x + y + z = 16 - 3 + 4 = 17$

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \dfrac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \dfrac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \dfrac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \dfrac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

8. $(25)^3 \div (-5)^n = -5^3$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5^6 \div (-5)^n = -5^3$

$6 - n = 3$

$\therefore \ n = 3$

9. $x = -2,\ y = -1$ 일 때, $\left(6x^2y - 4xy^2\right) \div 2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}\left(6x^2y - 4xy^2\right) \div 2xy &= \frac{6x^2y - 4xy^2}{2xy} \\ &= 3x - 2y \\ &= 3 \times (-2) - 2 \times (-1) \\ &= -6 + 2 \\ &= -4\end{aligned}$$

10. $-1 < x \le 5$ 일 때, $-2x+7$ 의 최솟값을 p , 최댓값을 q 라 하자. 이 때, pq 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 정수)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -24

해설

$-1 < x \le 5$ 의 각각의 변에 -2 를 곱하면 $-10 \le -2x < 2$, 각각의 변에 7 을 더하면 $-3 \le -2x+7 < 9$ 이다.

$p,\ q$ 는 정수이므로 $p = -3$, $q = 8$ 이다.

$\therefore\ pq = -24$

11. $0.abc\dot{d}\dot{e} = \dfrac{29947}{99000}$ 일 때, 한 자리 자연수 a, b, c, d, e 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 0$

▷ 정답 : $c = 2$

▷ 정답 : $d = 4$

▷ 정답 : $e = 9$

해설

$\dfrac{29947}{99000} = 0.302\dot{4}\dot{9}$ 이므로

$a = 3, b = 0, c = 2, d = 4, e = 9$

12. A 지점에서 3000 m떨어진 B 지점까지 갈 때, 처음에는 1 분에 100 m의 속력으로 뛰어가다가 나중에는 1 분에 50 m의 속력으로 걸어서 40 분 이내에 도착하려고 한다. 뛰어간 거리에 해당되는 것을 모두 고르면?

① 300 m ② 500 m ③ 1000 m

④ 2000 m ⑤ 2500 m

해설

뛰어간 거리를 x 라고 하면

걸어간 거리는 $3000-x$ 라 쓸 수 있다.

$\left(\frac{\text{거리}}{\text{속력}}\right)=(\text{시간})$ 이므로 식을 세우면

(뛰어간 시간) +(걸어간 시간) ≤ (40분) 이므로

$\frac{x}{100}+\frac{3000-x}{50}\le 40$ 이라 쓸 수 있다.

양변에 100 을 곱해 정리하면

$x+2(3000-x)\le 4000$

$\therefore\ x\ge 2000$

$\therefore$ 뛰어간 거리 : 2000 m이상

13. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 순환소수 중에서 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다. (단, 분모는 0 이 아니다.)

② 모든 순환소수는 무리수이다.

③ 유한소수가 아닌 기약분수는 모두 순환소수이다.

④ 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수이다.

⑤ 0 이 아닌 모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있고, 모든 순환소수는 유리수로 나타낼 수 있다.

해설

① 순환소수는 모두 유리수이므로 모두 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 있다.

② 모든 순환소수는 유리수이다.

④ $0.\dot{5}+0.\dot{4}=0.\dot{9}=1$

14. 다음에서 옳은 것을 고르면?

① 0 이 아닌 모든 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

② 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.

③ 무한소수는 분수로 고칠 수 없다.

④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수이다.

⑤ 분모의 인수가 소수로만 되어 있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.

해설

② 유한소수는 전부 유리수
③ 순환소수는 분수 형태로 전환가능
④ 순환소수도 정수가 아닌 유리수이다.
⑤ 분모의 소인수가 2나 5로만 이루어진 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

15. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore$ $x = 1$

따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.

16. 한 자루에 200 원 하는 연필과 한 자루에 300 원 하는 연필을 합하여 20 자루를 4500 원이 넘지 않게 사려고 한다. 300 원짜리 연필을 최대한 몇 자루까지 살 수 있는가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

300 원 연필의 개수 : x

$200(20-x)+300x \leq 4500$

$4000-200x+300x \leq 4500$

$-200x+300x \leq 4500-4000$

$100x \leq 500$

$\therefore\ x \leq 5$

17. 어느 전시회에서 20 명 이상의 단체는 10% 를, 40 명 이상의 단체는 20% 를 입장료에서 할인하여 준다고 한다, 20 명이상 40 명 미만인 단체는 몇 명 이상이면 40 명의 입장권을 사는 것이 유리한지 구하여라.

▶ 답 : ________ 명이상

▷ 정답 : 36 명이상

해설

입장객 수를 x 라 하고, 1 인당 요금을 a 원이라 할 때, $a \times 0.8 \times 40 < a \times 0.9 \times x$

$$x > \frac{320}{9} = 35\frac{5}{9}$$

$\therefore$ 36 명 이상

18. 갑, 을 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 세 계단을 올라가고, 진 사람은 두 계단을 내려가기로 하였다. 현재 갑은 처음의 위치보다 14 계단, 을은 4 계단을 올라와 있을 때, 갑은 몇 번 졌는지 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

▶ 답 : ______ 번

▷ 정답 : 8번

해설

갑이 이긴 횟수 : x , 갑이 진 횟수 : y

$$\begin{cases} 3x - 2y = 14 & \cdots ① \\ -2x + 3y = 4 & \cdots ② \end{cases}$$ 을 풀면

$\therefore\ x = 10,\ y = 8$

따라서 갑이 진 횟수는 8 번이다.

19. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.

② 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.

③ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

④ 분모의 소인수가 소수로만 되어있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 모든 0 이 아닌 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

② $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$ 과 같이 유한소수인 경우도 있다.

③ 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.

④ 분모의 소인수가 2 와 5 뿐인 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

20. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다.
준호가 가지고 있는 PMP 가 32GB 의 용량이라고 하면, 준호는 256MB 의 동영상 강의를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿ 개

▷ 정답 : 128 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 32GB 는 (32×2^{10}) MB 이다.
$(32 \times 2^{10}) \div 256 = (32 \times 2^{10}) \div (2^8) = 32 \times 2^2 = 32 \times 4 = 128$ 이다.
따라서 PMP 에는 128 개의 동영상 강의가 들어갈 수 있다.

21. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 5 & \cdots ㉠ \\ ax - 2y = b & \cdots ㉡ \end{cases}$ 은 해를 갖지 않고 일차방정식 ㉡의 그래프가 $(1,\ 2)$를 지난다고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

연립방정식이 해를 갖지 않으므로

$\dfrac{2}{a} = \dfrac{-1}{-2} \neq \dfrac{5}{b}$ 에서

$a = 4$

㉡에 $(1,\ 2)$ 를 대입하면 $a - 4 = b$ 에서

$b = 4 - 4 = 0 \quad \therefore a + b = 4 + 0 = 4$

22. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=\frac{3}{2}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$일 때, abc의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$의 양변에 abc를 곱하면

$ab+bc+ca=abc$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$이므로

$1=\frac{3}{2}+2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=abc=-\frac{1}{4}$