1. 연속하는 세 홀수 a, b, c 는 $20 < (a-c)^2 + b < 22$ 을 만족한다고 한다. $2a-b+c$ 의 값은?

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

a, b, c가 연속하는 세 홀수이므로 $a-c=-4$,
$20 < (-4)^2 + b < 22$
$20 < 16 + b < 22$
$4 < b < 6$
따라서, b 값은 5 가 되고 연속하는 세 홀수는 3, 5, 7 이다.
$\therefore\ 2a-b+c = 6-5+7 = 8$

2. 연속하는 세 자연수의 합이 66 보다 크고 70 보다 작을 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 22

▷ 정답: 23

▷ 정답: 24

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라 하면

$66 < (x-1) + x + (x+1) < 70$

$66 < 3x < 70$

$\rightarrow \begin{cases} 66 < 3x \\ 3x < 70 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 22 \\ x < \frac{70}{3} \end{cases} \rightarrow 22 < x < \frac{70}{3}$

따라서 $x = 23$ 이므로 세 수는 22 , 23 , 24 이다.

3. 두 자리 자연수가 있다. 일의 자리 숫자와 십의 자리 숫자의 합은 11 이고, 십의 자리 숫자와 3 배한 일의 자리 숫자의 합이 14 와 17 사이에 있다고 한다. 이 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

일의 자리 수를 x , 십의 자리 수를 $11-x$ 라 두면, 조건을 만족하는 식은 $14<(11-x)+3x<17$ 이다.
이 부등식을 풀면,
$14<11-x+3x<17$
$14-11<2x<17-11$
$\frac{3}{2}<x<3$
따라서 $x=2$ 이므로, 구하는 두 자리 자연수는 92 이다.

4. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20-x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20-x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x + 2000(20-x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x + 2000(20-x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면, $\begin{cases} 1600x + 2000(20-x) > 34000 \\ 1600x + 2000(20-x) < 35000 \end{cases}$ 이므로 간단히 하면, $\begin{cases} x < 15 \\ x > \dfrac{50}{4} \end{cases}$ 이다. 따라서 $\dfrac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\dfrac{25}{2} = 12.5$ 이므로, 열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.
따라서 최대 14 개를 사야 한다.

5. 1 개에 500 원 하는 지우개와 1 개에 100 원하는 연필을 합쳐서 16 개 사려고 한다. 지우개를 연필보다 많이 사고, 전체 가격은 6800 원을 넘기지 않는다고 할 때, 지우개를 몇 개 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9 개부터 13 개

해설

지우개의 개수를 x 라고 하면 연필의 개수는 $16-x$ 이다. 지우개가 연필보다 많음으로, $x > 16-x$ 이다. 500 원짜리 지우개 x 개와 100 원짜리 연필 $(16-x)$ 개를 사서 6800 원을 넘기지 않음으로, 이를 식으로 나타내면 $500x + 100(16-x) \le 6800$ 이다.

위의 두 방정식을 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} x > 16-x \\ 500x + 100(16-x) \le 6800 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,

$$\begin{cases} x > 8 \\ x \le 13 \end{cases}$$

이다. 따라서 $8 < x \le 13$ 이다. 지우개는 9 개부터 13 개까지 살 수 있다.

6. 장미꽃을 포장하는데 3송이씩 묶으면 2송이가 남고, 5송이씩 묶으면 3송이씩 묶을 때보다 3 묶음 줄어든다. 장미꽃은 몇 송이인지 구하여라.(정답 2개)

▶ 답 : ＿＿＿＿ 송이

▶ 답 : ＿＿＿＿ 송이

▷ 정답 : 23 송이

▷ 정답 : 26 송이

해설

장미꽃의 묶음의 수를 x묶음이라 하면
장미꽃은 $(3x+2)$ 송이이다.
$5(x-3) \le 3x+2 \le 5(x-3)+4$

$\Rightarrow \begin{cases} 5(x-3) \le 3x+2 \\ 3x+2 \le 5(x-3)+4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x \le 17 \\ -2x \le -13 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x \le \dfrac{17}{2} \\ x \ge \dfrac{13}{2} \end{cases}$

$\therefore \dfrac{13}{2} \le x \le \dfrac{17}{2}$

따라서 $x = 7, 8$ 이므로 $3 \times 7 + 2 = 23$ (송이) 또는 $3 \times 8 + 2 = 26$ (송이)이다.

7. 150 개의 배를 바구니에 담는데 한 바구니에 담을 때 10 개씩 담으면 배가 남게 되고, 11 개씩 담게 되면 마지막 바구니를 다 채우지 못한다. 이 때, 바구니의 개수는 몇 개인가?

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 14 개

해설

문제에서 구하고자 하는 바구니의 개수를 x 라고 놓자.
10 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $10x$ 이고, 11 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $11x$ 이다. 그러나 배의 개수가 10 개씩 채운 개수보다 많고 11 개씩 채운 개수보다는 적으므로 이를 식으로 나타내면 $10x < 150 < 11x$ 이다.
이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 10x < 150 \\ 11x > 150 \end{cases}$ 이고, 간단히 하면, $\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{150}{11} \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $\frac{150}{11} < x < 15$ 이다.
$\frac{150}{11} = 13.6363\cdots$ 이므로, 바구니의 개수는 14 개이다.

8. 학생들이 한 의자에 5 명씩 앉으면 7 명이 남고, 6 명씩 앉으면 모두 다 앉게 되고 마지막 의자에는 1 명 이상 4 명 이하로 앉게 된다고 한다. 의자의 개수로 가능한 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9, 10, 11, 12 개

해설

의자가 x 개라고 하면, 학생 수는 $(5x+7)$ 명이다. 6 명씩 앉을 경우 $(x-1)$ 개까지는 6 명씩 앉지만 마지막 의자에는 1 명 이상 4 명 이하가 앉게 된다. 1 명만 앉을 경우를 식으로 나타내면, $6(x-1)+1$ 이고, 4 명이 앉을 경우를 식으로 나타내면 $6(x-1)+4$ 이다. 사람 수는 의자에 6 명씩 앉고 마지막 의자에 1 명이 앉을 경우와 4 명이 앉을 경우의 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $6(x-1)+1 \le 5x+7 \le 6(x-1)+4$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases} 6(x-1)+1 \le 5x+7 \\ 5x+7 \le 6(x-1)+4 \end{cases}$ 이다.

간단히 정리하면 $\begin{cases} x \le 12 \\ x \ge 9 \end{cases}$ 이다.

$9 \le x \le 12$ 이므로 의자는 9 또는 10 또는 11 또는 12 개이다.

9. 테니스 공을 한 사람당 7개씩 나누어 주었을 때 30개가 남았고, 9개씩 나누어 주었을 때에는 마지막 받은 사람이 5개 이상 7개 미만으로 테니스 공을 받았다고 한다. 테니스 공의 개수는 몇 개인가?

▶ 답: 개

▷ 정답: 149 개

해설

사람의 수를 x 명이라고 하였을 때, 테니스 공의 개수는 $(7x+30)$ 개다.

"9개씩 나누어 주었을 때에는 마지막 받은 사람이 5개 이상 8개 미만"이라는 것은 $(x-1)$ 명까지는 9개를 받았고 나머지 한명이 다르게 받은 것이므로, 마지막 사람이 5개를 받은 경우는 $9(x-1)+5$(개)이고, 7개를 받는 경우는 $9(x-1)+7$(개)이다. 따라서 테니스 공의 개수는 마지막 사람이 5개 이상 받은 경우와 7개 미만 받은 경우 사이에 있으므로, 이를 식으로 나타내면 $9(x-1)+5 \le 7x+30 < 9(x-1)+7$ 이다. 연립방정식으로 나타내면 $\begin{cases} 9(x-1)+5 \le 7x+30 \\ 7x+30 < 9(x-1)+7 \end{cases}$ 이다. 간단히 하면, $\begin{cases} x \le 17 \\ x > 16 \end{cases}$ 이다. 따라서 x 의 범위는 $16 < x \le 17$ 이다.

따라서 테니스의 공의 개수는 $7 \times 17 + 30 = 149$ (개)이다.

10. 소포를 보내려고 하는데 한 상자의 제한무게가 10kg 이라고 한다. 상품 A, B, C 의 개수가 모두 합해서 26 개이고, 중량이 각각 0.5kg, 1.2kg, 0.2kg 일 때, 한 상자에 담으면 제한무게에 딱 맞게 채워진다고 한다. 상품 C 의 개수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 13 개

해설

상품 A, B, C 의 개수를 각각 x, y, z 개라 하면

$x+y+z=26$

$0.5x+1.2y+0.2z=10$

두 식을 연립하여 x 와 y 를 각각 z 로 나타내면

$x=\frac{2(106-5z)}{7}$, $y=\frac{3(z-10)}{7}$

그런데 $x \geq 1$, $y \geq 1$, $z \geq 1$ 이고,

x, y, z 는 자연수이므로

$\frac{2(106-5z)}{7} \geq 1$, $\frac{3(z-10)}{7} \geq 1$ 에서

z 는 $\frac{37}{3} \leq z \leq \frac{41}{2}$ 인 자연수이다.

따라서 상품 C 의 개수의 최솟값은 13 이다.

11. 제품 A, B, C 를 만드는 데 필요한 부품 P, Q, R 의 개수는 다음 표와 같다.

	P	Q	R
A	2		4
B	2	1	2
C		1	1

어느 공장에서 부품 P, Q, R을 각각 1000 씩 구매하여, 부품 P 는 440 개, 부품 Q 는 670 개를 남기고, 부품 R은 230 개 이상을 남겼을 때, 만들 수 있는 제품 B 의 최소 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 227 개

해설

제품 A, B, C 의 개수를 각각 x개, y개, z개 로 놓고 사용한 부품의 개수를 구하면
부품 P 의 개수는
$2x + 2y = 1000 - 440 = 560$, $x + y = 280 \cdots$ ㉠
부품 Q 의 개수는
$y + z = 1000 - 670 = 330$, $y + z = 330 \cdots$ ㉡
부품 R 의 개수는
$4x + 2y + z < 1000 - 230 = 770$,
$4x + 2y + z < 770 \cdots$ ㉢
이므로 ㉠, ㉡ 에서 x, z 를 y 에 관해 나타내면 $x = 280 - y$, $z = 330 - y$
이것을 ㉢에 대입하면
$4(280 - y) + 2y + (330 - y) < 770$
$1120 - 4y + 2y + 330 - y < 770$
$-3y < -680 \qquad \therefore\ y > 226.\times\times\times$
만들 수 있는 제품 B 의 최소 개수는 227 개이다.

12. 유란이네 가족은 집에서 음식점까지 자동차로 10 분 이상 15 분 이하의 시간이 걸리는 거리에 있는 음식점으로 외식을 하러 가려고 한다. 자동차는 집에서 3km 까지는 시속 10km 로 달리고, 남은 거리는 시속 20km 로 달린다고 할 때, 음식점은 집에서 몇 km 범위 내에 있어야 하는지 그 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$km 이상 2km 이하

해설

집에서 음식점까지의 거리를 $x$km 라 하고

처음 3km 를 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{3}{10}$ 시간

나머지 거리 즉, $(x-3)$ km 를 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{x-3}{20}$ 시간

자동차로 10 분 이상 15 분 이하의 시간이 걸리므로

$\frac{10}{60} \le \frac{3}{10} + \frac{x-3}{20} \le \frac{15}{60}$

$\frac{10}{60} \le \frac{3x+9}{60} \le \frac{15}{60}$

$1 \le 3x \le 6$, $\frac{1}{3} \le x \le 2$

따라서 음식점은 집에서 $\frac{1}{3}$km 이상 2km 이하의 범위 내에 있어야 한다.

13. $n \le x < n+1$ (단, n은 정수) 인 실수 x에 대하여 $< x >= n-2$, $\{x\} = n+2$로 정한다. $1 \le x < 2$, $3 \le y < 4$ 일 때, $< x+y > + \{x-y\}$가 나타낼 수 있는 정수들의 총합을 구하면?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

$1 \le x < 2,\quad 3 \le y < 4$에서
$4 \le x+y < 6,\quad -3 < x-y < -1$
그런데 $n \le x < n+1$이므로 조건에 맞게 범위를 나누어 값을 구해보면
$4 \le x+y < 5$에서 $< x+y >= 2$
$5 \le x+y < 6$에서 $< x+y >= 3$
$-3 < x-y < -2$ 에서 $\{x-y\}$은 정의되지 않는다.
$-2 \le x-y < -1$에서 $\{x-y\} = 0$
$\therefore < x+y > + \{x-y\} = 0+2+3$
$\therefore$ 정수들의 총합은 5

14. 실수 a, b, c에 대하여 $a < b < c$일 때, 부등식 $|x-a| < |x-b| < |x-c|$를 만족시키는 x 의 범위는?

① $b < x < c$

② $\frac{1}{2}(b+c) < x$

③ $x < \frac{1}{2}(b+c)$

④ $\frac{1}{2}(a+b) < x < b$

⑤ $x < \frac{1}{2}(a+b)$

해설

$|x-a| < |x-b|$의 양변을 제곱하면

$x^2 - 2ax + a^2 < x^2 - 2bx + b^2$에서

$2(a-b)x > (a-b)(a+b)$

$\therefore\ x < \dfrac{a+b}{2}\ (\because\ a-b<0) \cdots\cdots$ ①

또, $|x-b| < |x-c|$의 양변을 제곱하여

정리하면 $x < \dfrac{b+c}{2}\ \cdots\cdots$ ②

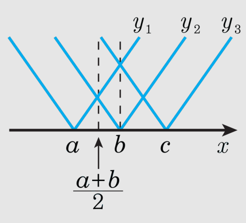
$\therefore$ ①, ②를 동시에 만족하는

x의 범위는 $x < \dfrac{a+b}{2}$

해설

$y_1 = |x-a|$, $y_2 = |x-b|$, $y_3 = |x-c|$라 하고 각각의 그래프를 그리면 그래프에서 $y_1 < y_2 < y_3$을 만족시키는 x의 값의 범위는

$y = x-a$와 $y = -x+b$의 교점 $x = \frac{1}{2}(a+b)$보다 작을 때이다.



$\therefore\ x < \frac{1}{2}(a+b)$

15. $[x] = 1,\ [y] = 2,\ [z] = -1$ 일 때 $[x+2y-z]$의 최대값과 최소값의 합은?
(단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

① 12　② 13　③ 14　④ 15　⑤ 16

해설

$[x] = 1,\ [y] = 2,\ [z] = -1$ 에서

$1 \le x < 2,\ 2 \le y < 3,\ -1 \le z < 0$

$$\begin{array}{r} 1 \le x < 2 \\ 4 \le 2y < 6 \\ +)\ \underline{0 < -z \le 1} \\ 5 < x+2y-z < 9 \end{array}$$

$\therefore\ [x+2y-z] = 5,\ 6,\ 7,\ 8$

최대값과 최소값의 합은 $5+8=13$