

1. 연속하는 세 홀수 a, b, c 는 $20 < (a - c)^2 + b < 22$ 을 만족한다고 한다. $2a - b + c$ 의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

a, b, c 가 연속하는 세 홀수이므로 $a - c = -4$,

$$20 < (-4)^2 + b < 22$$

$$20 < 16 + b < 22$$

$$4 < b < 6$$

따라서, b 값은 5가 되고 연속하는 세 홀수는 3, 5, 7이다.

$$\therefore 2a - b + c = 6 - 5 + 7 = 8$$

2. 연속하는 세 자연수의 합이 66 보다 크고 70 보다 작을 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 24

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라 하면

$$66 < (x-1) + x + (x+1) < 70$$

$$66 < 3x < 70$$

$$\rightarrow \begin{cases} 66 < 3x \\ 3x < 70 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 22 \\ x < \frac{70}{3} \end{cases} \rightarrow 22 < x < \frac{70}{3}$$

따라서 $x = 23$ 이므로 세 수는 22, 23, 24 이다.

3. 두 자리 자연수가 있다. 일의 자리 숫자와 십의 자리 숫자의 합은 11 이고, 십의 자리 숫자와 3배한 일의 자리 숫자의 합이 14 와 17 사이에 있다고 한다. 이 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 92

해설

일의 자리 수를 x , 십의 자리 수를 $11 - x$ 라 두면, 조건을 만족하는 식은 $14 < (11 - x) + 3x < 17$ 이다.

이 부등식을 풀면,

$$14 < 11 - x + 3x < 17$$

$$14 - 11 < 2x < 17 - 11$$

$$\frac{3}{2} < x < 3$$

따라서 $x = 2$ 이므로, 구하는 두 자리 자연수는 92 이다.

4. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20 - x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20 - x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x + 2000(20 - x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x + 2000(20 - x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나

타내면,
$$\begin{cases} 1600x + 2000(20 - x) > 34000 \\ 1600x + 2000(20 - x) < 35000 \end{cases}$$
 이므로 간단히 하면,

$$\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{50}{4} \end{cases}$$
 이다. 따라서 $\frac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\frac{25}{2} = 12.5$ 이므로,

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.
따라서 최대 14 개를 사야 한다.

5. 1 개에 500 원 하는 지우개와 1 개에 100 원하는 연필을 합쳐서 16 개 사려고 한다. 지우개를 연필보다 많이 사고, 전체 가격은 6800 원을 넘기지 않는다고 할 때, 지우개를 몇 개 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 개부터 13 개

해설

지우개의 개수를 x 라고 하면 연필의 개수는 $16 - x$ 이다. 지우개가 연필보다 많음으로, $x > 16 - x$ 이다. 500 원짜리 지우개 x 개와 100 원짜리 연필 $(16 - x)$ 개를 사서 6800 원을 넘치지 않음으로, 이를 식으로 나타내면 $500x + 100(16 - x) \leq 6800$ 이다.

위의 두 방정식을 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} x > 16 - x \\ 500x + 100(16 - x) \leq 6800 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,

$$\begin{cases} x > 8 \\ x \leq 13 \end{cases}$$

이다. 따라서 $8 < x \leq 13$ 이다. 지우개는 9 개부터 13 개까지 살 수 있다.

6. 장미꽃을 포장하는데 3송이씩 묶으면 2송이가 남고, 5송이씩 묶으면 3송이씩 묶을 때보다 3 묶음 줄어든다. 장미꽃은 몇 송이인지 구하여라.(정답 2개)

▶ 답: 송이

▶ 답: 송이

▷ 정답: 23송이

▷ 정답: 26송이

해설

장미꽃의 묶음의 수를 x 묶음이라 하면
장미꽃은 $(3x + 2)$ 송이이다.

$$5(x - 3) \leq 3x + 2 \leq 5(x - 3) + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5(x - 3) \leq 3x + 2 \\ 3x + 2 \leq 5(x - 3) + 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 17 \\ -2x \leq -13 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{17}{2} \\ x \geq \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{13}{2} \leq x \leq \frac{17}{2}$$

따라서 $x = 7, 8$ 이므로 $3 \times 7 + 2 = 23$ (송이) 또는 $3 \times 8 + 2 = 26$ (송이)이다.

8. 학생들이 한 의자에 5 명씩 앉으면 7 명이 남고, 6 명씩 앉으면 모두 다 앉게 되고 마지막 의자에는 1 명 이상 4 명 이하로 앉게 된다고 한다. 의자의 개수로 가능한 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9, 10, 11, 12 개

해설

의자가 x 개라고 하면, 학생 수는 $(5x + 7)$ 명이다. 6 명씩 앉을 경우 $(x - 1)$ 개까지는 6 명씩 앉지만 마지막 의자에는 1 명 이상 4 명 이하가 앉게 된다. 1 명만 앉을 경우를 식으로 나타내면, $6(x - 1) + 1$ 이고, 4 명이 앉을 경우를 식으로 나타내면 $6(x - 1) + 4$ 이다. 사람 수는 의자에 6 명씩 앉고 마지막 의자에 1 명이 앉을 경우와 4 명이 앉을 경우의 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $6(x - 1) + 1 \leq 5x + 7 \leq 6(x - 1) + 4$ 이다. 이를 연립부등식으로

나타내면
$$\begin{cases} 6(x - 1) + 1 \leq 5x + 7 \\ 5x + 7 \leq 6(x - 1) + 4 \end{cases}$$
 이다.

간단히 정리하면
$$\begin{cases} x \leq 12 \\ x \geq 9 \end{cases}$$
 이다.

$9 \leq x \leq 12$ 이므로 의자는 9 또는 10 또는 11 또는 12 개이다.

10. 소포를 보내려고 하는데 한 상자의 제한무게가 10kg 이라고 한다. 상품 A, B, C 의 개수가 모두 합해서 26 개이고, 중량이 각각 0.5kg, 1.2kg, 0.2kg 일 때, 한 상자에 담으면 제한무게에 딱 맞게 채워진다고 한다. 상품 C 의 개수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

상품 A, B, C 의 개수를 각각 x, y, z 개라 하면

$$x + y + z = 26$$

$$0.5x + 1.2y + 0.2z = 10$$

두 식을 연립하여 x 와 y 를 각각 z 로 나타내면

$$x = \frac{2(106 - 5z)}{7}, y = \frac{3(z - 10)}{7}$$

그런데 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$ 이고,

x, y, z 는 자연수이므로

$$\frac{2(106 - 5z)}{7} \geq 1, \frac{3(z - 10)}{7} \geq 1 \text{에서}$$

z 는 $\frac{37}{3} \leq z \leq \frac{41}{2}$ 인 자연수이다.

따라서 상품 C 의 개수의 최솟값은 13 이다.

11. 제품 A, B, C 를 만드는 데 필요한 부품 P, Q, R 의 개수는 다음 표와 같다.

	P	Q	R
A	2		4
B	2	1	2
C		1	1

어느 공장에서 부품 P, Q, R 을 각각 1000 씩 구매하여, 부품 P 는 440 개, 부품 Q 는 670 개를 남기고, 부품 R 은 230 개 이상을 남겼을 때, 만들 수 있는 제품 B 의 최소 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 227 개

해설

제품 A, B, C 의 개수를 각각 x 개, y 개, z 개 로 놓고 사용한 부품의 개수를 구하면

부품 P 의 개수는

$$2x + 2y = 1000 - 440 = 560, \quad x + y = 280 \cdots \textcircled{㉠}$$

부품 Q 의 개수는

$$y + z = 1000 - 670 = 330, \quad y + z = 330 \cdots \textcircled{㉡}$$

부품 R 의 개수는

$$4x + 2y + z < 1000 - 230 = 770,$$

$$4x + 2y + z < 770 \cdots \textcircled{㉢}$$

이므로 ㉠, ㉡ 에서 x, z 를 y 에 관해 나타내면 $x = 280 - y,$

$$z = 330 - y$$

이것을 ㉢에 대입하면

$$4(280 - y) + 2y + (330 - y) < 770$$

$$1120 - 4y + 2y + 330 - y < 770$$

$$-3y < -680 \quad \therefore y > 226. \times \times \times$$

만들 수 있는 제품 B 의 최소 개수는 227 개이다.

12. 유란이네 가족은 집에서 음식점까지 자동차로 10 분 이상 15 분 이하의 시간이 걸리는 거리에 있는 음식점으로 외식을 하러 가려고 한다. 자동차는 집에서 3km 까지는 시속 10km 로 달리고, 남은 거리는 시속 20km 로 달린다고 할 때, 음식점은 집에서 몇 km 범위 내에 있어야 하는지 그 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$ km 이상 2km 이하

해설

집에서 음식점까지의 거리를 x km 라 하고

처음 3km 를 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{3}{10}$ 시간

나머지 거리 즉, $(x-3)$ km 를 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{x-3}{20}$ 시간

자동차로 10 분 이상 15 분 이하의 시간이 걸리므로

$$\frac{10}{60} \leq \frac{3}{10} + \frac{x-3}{20} \leq \frac{15}{60}$$

$$\frac{10}{60} \leq \frac{3x+9}{60} \leq \frac{15}{60}$$

$$1 \leq 3x \leq 6, \frac{1}{3} \leq x \leq 2$$

따라서 음식점은 집에서 $\frac{1}{3}$ km 이상 2km 이하의 범위 내에 있어야 한다.

13. $n \leq x < n+1$ (단, n 은 정수)인 실수 x 에 대하여 $\langle x \rangle = n-2$, $\{x\} = n+2$ 로 정한다. $1 \leq x < 2$, $3 \leq y < 4$ 일 때, $\langle x+y \rangle + \{x-y\}$ 가 나타낼 수 있는 정수들의 총합을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$1 \leq x < 2$, $3 \leq y < 4$ 에서

$4 \leq x+y < 6$, $-3 < x-y < -1$

그런데 $n \leq x < n+1$ 이므로 조건에 맞게 범위를 나누어 값을 구해보면

$4 \leq x+y < 5$ 에서 $\langle x+y \rangle = 2$

$5 \leq x+y < 6$ 에서 $\langle x+y \rangle = 3$

$-3 < x-y < -2$ 에서 $\{x-y\}$ 은 정의되지 않는다.

$-2 \leq x-y < -1$ 에서 $\{x-y\} = 0$

$\therefore \langle x+y \rangle + \{x-y\} = 0 + 2 + 3$

\therefore 정수들의 총합은 5

14. 실수 a, b, c 에 대하여 $a < b < c$ 일 때, 부등식 $|x - a| < |x - b| < |x - c|$ 를 만족시키는 x 의 범위는?

① $b < x < c$

② $\frac{1}{2}(b + c) < x$

③ $x < \frac{1}{2}(b + c)$

④ $\frac{1}{2}(a + b) < x < b$

⑤ $x < \frac{1}{2}(a + b)$

해설

$|x - a| < |x - b|$ 의 양변을 제곱하면

$$x^2 - 2ax + a^2 < x^2 - 2bx + b^2 \text{에서}$$

$$2(a - b)x > (a - b)(a + b)$$

$$\therefore x < \frac{a + b}{2} (\because a - b < 0) \dots\dots ①$$

또, $|x - b| < |x - c|$ 의 양변을 제곱하여

$$\text{정리하면 } x < \frac{b + c}{2} \dots\dots ②$$

\therefore ①, ②를 동시에 만족하는

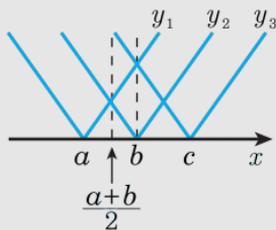
$$x \text{의 범위는 } x < \frac{a + b}{2}$$

해설

$y_1 = |x - a|, y_2 = |x - b|, y_3 = |x - c|$ 라 하고 각각의 그래프를 그리면 그래프에서 $y_1 < y_2 < y_3$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위는

$y = x - a$ 와 $y = -x + b$ 의 교점 $x = \frac{1}{2}(a + b)$ 보다 작을 때이다.

$$\therefore x < \frac{1}{2}(a + b)$$



15. $[x] = 1$, $[y] = 2$, $[z] = -1$ 일 때 $[x + 2y - z]$ 의 최대값과 최소값의 합은?

(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

$[x] = 1$, $[y] = 2$, $[z] = -1$ 에서

$1 \leq x < 2$, $2 \leq y < 3$, $-1 \leq z < 0$

$1 \leq x < 2$

$4 \leq 2y < 6$

+) $0 < -z \leq 1$

$5 < x + 2y - z < 9$

$\therefore [x + 2y - z] = 5, 6, 7, 8$

최대값과 최소값의 합은 $5 + 8 = 13$