

1. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 실근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

① $k < 1$

② $k \leq 1$

③ $k < 3$

④ $k \leq 3$

⑤ $1 < k < 3$

해설

$$3x^2 + 6x + k = 0,$$

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \geq 0$$

$$3k \leq 9 \quad \therefore k \leq 3$$

2. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

3. x 에 대한 이차방정식 $(k-1)x^2 + 2kx + k-1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수 k 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $k-1 \neq 0$ 이어야 한다.
따라서 $k \neq 1$

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야

하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k-1)^2 > 0, 2k-1 > 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

4. 이차방정식 $x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 갖게 하는 실수 k 의 값으로 옳지 않은 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D = (-3)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (k - 1) \geq 0$$

$$9 + 4k - 4 \geq 0, 4k \geq -5$$

$$\therefore k \geq -\frac{5}{4}$$

5. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$	㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$	㉣ $x^2 - x + 2 = 0$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

- ㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.
- ㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 조건을 구하면?

① $a > 1$ ② $a < \frac{3}{2}$ ③ $a < \frac{3}{4}$ ④ $a > \frac{3}{4}$ ⑤ $a < 2$

해설

판별식을 D 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

7. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x + \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $x \neq 0$)

- ① -5 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x + \frac{1}{x} = t$ 라 하고,

양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$ 에서 x 는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

8. 이차방정식 $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최대값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$ 최댓값은 3 ($\because k$ 는 정수)

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a+3)x + a^2 + 7 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 0$

② $-1 < a < 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\frac{1}{3}$

⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2+7) \geq 0$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$$

$$6a + 2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

10. 두 유리수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, 이차방정식 $bx^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은?

① -4 ② -1 ③ $-\frac{1}{4}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 의 모든 계수가 유리수이고

한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 이면

다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$ 이므로 근과 계수의 관계에서

$$-a = (2 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3}) = 4,$$

$$b = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore a = -4, b = 1$$

따라서 $bx^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은 근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{b} = \frac{-4}{1} = -4$$

11. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

① -20 ② -12 ③ 5 ④ 12 ⑤ 20

해설

한 근이 $2 - i$ 이면 다른 한 근은 $2 + i$

두 근의 합 : $4 = -a$

두 근의 곱 : $5 = b$

$\therefore ab = -20$

12. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3

② 0

③ 2

④ 4

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
 $a = 4, b = 1$
 $\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입
 $(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
 $\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$
 $a = 4, b = 1$
 $\therefore ab = 4$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로
두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$
두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$
 $\therefore a + b = -2 + 2 = 0$