1. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1,\ \dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=11$

2. 연속하는 세 홀수 $a,\ b,\ c$ 는 $20 < (a-c)^2 + b < 22$ 을 만족한다고 한다. $2a - b + c$ 의 값은?

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

$a,\ b,\ c$가 연속하는 세 홀수이므로 $a - c = -4$,
$20 < (-4)^2 + b < 22$
$20 < 16 + b < 22$
$4 < b < 6$
따라서, b 값은 5 가 되고 연속하는 세 홀수는 3, 5, 7 이다.
$\therefore\ 2a - b + c = 6 - 5 + 7 = 8$

3. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답: _____ 개

▷ 정답: 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20-x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20-x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x+2000(20-x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x+2000(20-x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면, $\begin{cases} 1600x+2000(20-x) > 34000 \\ 1600x+2000(20-x) < 35000 \end{cases}$ 이므로 간단히 하면,

$\begin{cases} x < 15 \\ x > \dfrac{50}{4} \end{cases}$ 이다. 따라서 $\dfrac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\dfrac{25}{2} = 12.5$ 이므로,

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.

따라서 최대 14 개를 사야 한다.

4. 어떤 사다리꼴의 윗변의 길이는 밑변의 길이의 2 배보다 4 가 더 작고, 높이가 5 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하 일 때의 밑변의 길이의 범위는?

① $\frac{10}{3} \le x \le \frac{16}{3}$ ② $\frac{10}{3} < x \le \frac{16}{3}$ ③ $\frac{10}{4} < x \le \frac{16}{3}$
④ $\frac{10}{3} \le x \le 4$ ⑤ $3 \le x \le \frac{16}{3}$

해설

밑변의 길이를 x 라고 하면 윗변의 길이는 $2x - 4$ 이다.
이를 이용하여 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타내면 $\frac{5}{2}(3x - 4)$ 이다.
사다리 꼴의 넓이가 15 이상 30 이하이므로,
$15 \le \frac{5}{2}(3x - 4) \le 30$ 이다.
이를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \le \frac{5}{2}(3x - 4) \\ \frac{5}{2}(3x - 4) \le 30 \end{cases}$$ 이고,

간단히 하면 $\begin{cases} x \ge \frac{10}{3} \\ x \le \frac{16}{3} \end{cases}$ 이다.

따라서 밑변의 길이는 $\frac{10}{3} \le x \le \frac{16}{3}$ 이다.

5. 다각형의 내각의 합이 $450°$ 이상 $600°$ 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인가?

① 오각형 ② 육각형 ③ 칠각형
④ 팔각형 ⑤ 구각형

해설

$450° \le 180°(n-2) \le 600°$
$450° \le 180°n - 360° \le 600°$
$810° \le 180°n \le 960°$
$\frac{81}{18} \le n \le \frac{96}{18}$
$4.5 \le n \le 5.333\cdots$
그러므로 $n = 5$

6. 8% 설탕물 100 g 이 있다. 이 설탕물에서 물을 증발시켜 농도를 15% 이상 20% 이하로 만들려고 한다. 이 때 증발시켜야 하는 물의 양이 아닌 것은?

① 45 g ② 48 g ③ 50 g ④ 55 g ⑤ 60 g

해설

8% 의 소금물 100 g 의 소금의 양은

$\frac{8}{100} \times 100 = 8(\text{g})$ 이다.

따라서 물 x g 을 증발시켰을 때의 농도를 나타내면 $\frac{8}{100-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하 이므로,

$15 \le \frac{8}{100-x} \times 100 \le 20$ 이고,

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \le \frac{8}{100-x} \times 100 \\ \frac{8}{100-x} \times 100 \le 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \ge \frac{140}{3} \\ x \le 60 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{140}{3} \le x \le 60$ 이다.

7. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$5(x-5)+1 \le 4x+9 \le 5(x-5)+5$

$5x-24 \le 4x+9 \le 5x-20$

$x \le 33,\ x \ge 29$

$\therefore\ 29 \le x \le 33$

8. 규진이는 지금까지 본 세 번의 수학시험에서 각각 92 점, 83 점, 89 점을 받았다. 네 번까지 치른 시험점수의 평균이 85 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 네 번째 시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는지 구하여라. (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 76 점

해설

$$85 \le \frac{92+83+89+x}{4} \le 91$$

$$85 \times 4 \le 92+83+89+x \le 91 \times 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 340 \le 264+x \\ 264+x \le 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x \le 264-340 \\ 264+x \le 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \ge 76 \\ x \le 100 \end{cases}$$

$$\therefore\ 76 \le x \le 100$$

9. 부등식 $2|x-3| \le x$를 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

(i) $x < 3$일 때

$2(-x+3) \le x,\ -3x \le -6 \quad \therefore x \ge 2$

그런데 $x < 3$이므로 $2 \le x < 3$

(ii) $x \ge 3$일 때

$2(x-3) \le x \quad \therefore x \le 6$

그런데 $x \ge 3$이므로 $3 \le x \le 6$

(i), (ii)에서 $2 \le x \le 6$

$\therefore$ 정수의 개수는 $6-2+1=5$(개)

10. 부등식 $|x-k| \le 3$을 만족하는 x의 값 중에서 최댓값과 최솟값의 곱이 9일 때, 양수 k의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$|x-k| \le 3$에서 $-3 \le x-k \le 3$,
$-3+k \le x \le 3+k$
따라서 x의 최댓값은 $3+k$,
최솟값은 $-3+k$이므로
$(-3+k)(3+k)=9$
$k^2-9=9$
$k^2=18 \quad \therefore k=\pm 3\sqrt{2}$
k는 양수이므로 $3\sqrt{2}$

11. 십의 자리 숫자가 일의 자리 숫자의 두 배인 어떤 두 자리 자연수가 21 보다 크고 60 보다 작다고 한다. 처음 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 42

해설

일의 자리 숫자를 x 라 하면 십의 자리 숫자는 $2x$ 이다.
즉, 이 두 자리 자연수는 $(10 \times 2x) + x = 21x$ 이다.
$21 < 21x < 60$
$1 < x < \frac{20}{7}$, $\frac{20}{7} = 2.857142\cdots$
$\therefore x = 2$
처음 두 자리 자연수는 42 이다.

12. 1개에 1,000 원 하는 볼펜과 1 개에 2,000 원 하는 노트를 합쳐서 30 개를 사려고 한다. 노트를 볼펜보다 많이 사고 전체 금액이 54,000 원 이하가 되도록 하려고 한다. 노트를 최소 a 개, 최대 b 개 살 수 있다면, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a \times b = 384$

해설

노트의 개수를 x 라고 놓으면 볼펜의 개수는 $30 - x$ 이다. 노트를 볼펜보다 많이 사게 되면 $x > 30 - x$ 이다.
볼펜과 노트를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $2000x + 1000(30 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 54,000 원 이하가 되어야 하기 때문에 $2000x + 1000(30 - x) \leq 54000$ 이다.
위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 30 - x \\ 2000x + 1000(30 - x) \leq 54000 \end{cases}$$ 이다.

이를 간단히 하면 $\begin{cases} x > 15 \\ x \leq 24 \end{cases}$ 이다.

따라서 $15 < x \leq 24$ 이다.
그러므로 노트는 최소로 16 개, 최대로 24 개 살 수 있다.
따라서 $a = 16$, $b = 24$ 이다.
$\therefore 16 \times 24 = 384$

13. 150 개의 배를 바구니에 담는데 한 바구니에 담을 때 10 개씩 담으면 배가 남게 되고, 11 개씩 담게 되면 마지막 바구니를 다 채우지 못한다. 이 때, 바구니의 개수는 몇 개인가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

문제에서 구하고자 하는 바구니의 개수를 x 라고 놓자.
10 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $10x$ 이고, 11 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $11x$ 이다. 그러나 배의 개수가 10 개씩 채운 개수보다 많고 11 개씩 채운 개수보다는 적으므로 이를 식으로 나타내면 $10x < 150 < 11x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 10x < 150 \\ 11x > 150 \end{cases}$ 이고, 간단히 하면, $\begin{cases} x < 15 \\ x > \dfrac{150}{11} \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $\dfrac{150}{11} < x < 15$ 이다.

$\dfrac{150}{11} = 13.6363\cdots$ 이므로, 바구니의 개수는 14 개이다.

14. 4 % 소금물 300 g 과 9 % 의 소금물을 섞어서 7 % 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 9 % 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 450 g

해설

9 % 의 소금물의 양을 x g 이라 하면

$\frac{4}{100} \times 300 + \frac{9}{100} \times x \geq \frac{7}{100} \times (300 + x)$

$1200 + 9x \geq 2100 + 7x$

$9x - 7x \geq 2100 - 1200$

$\therefore\ x \geq 450$

15. 소포를 보내려고 하는데 한 상자의 제한무게가 10kg 이라고 한다. 상품 A, B, C 의 개수가 모두 합해서 26 개이고, 중량이 각각 0.5kg, 1.2kg, 0.2kg 일 때, 한 상자에 담으면 제한무게에 딱 맞게 채워진다고 한다. 상품 C 의 개수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 13 개

해설

상품 A, B, C 의 개수를 각각 x, y, z 개라 하면

$x+y+z=26$

$0.5x+1.2y+0.2z=10$

두 식을 연립하여 x 와 y 를 각각 z 로 나타내면

$x=\frac{2(106-5z)}{7}$, $y=\frac{3(z-10)}{7}$

그런데 $x \geq 1$, $y \geq 1$, $z \geq 1$ 이고,

x, y, z 는 자연수이므로

$\frac{2(106-5z)}{7} \geq 1$, $\frac{3(z-10)}{7} \geq 1$ 에서

z 는 $\frac{37}{3} \leq z \leq \frac{41}{2}$ 인 자연수이다.

따라서 상품 C 의 개수의 최솟값은 13 이다.

16. $n \le x < n+1$ (단, n은 정수)인 실수 x에 대하여 $< x >= n-2$, $\{x\} = n+2$로 정한다. $1 \le x < 2$, $3 \le y < 4$ 일 때, $< x+y > + \{x-y\}$가 나타낼 수 있는 정수들의 총합을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$1 \le x < 2$, $3 \le y < 4$에서
$4 \le x+y < 6$, $-3 < x-y < -1$
그런데 $n \le x < n+1$이므로 조건에 맞게 범위를 나누어 값을 구해보면
$4 \le x+y < 5$에서 $< x+y >= 2$
$5 \le x+y < 6$에서 $< x+y >= 3$
$-3 < x-y < -2$ 에서 $\{x-y\}$은 정의되지 않는다.
$-2 \le x-y < -1$에서 $\{x-y\} = 0$
$\therefore < x+y > + \{x-y\} = 0+2+3$
$\therefore$ 정수들의 총합은 5