

1. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$$2x - a < -7 \text{ 또는 } 2x - a > 7$$

$$\therefore x < \frac{a-7}{2} \text{ 또는 } x > \frac{a+7}{2}$$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$$\frac{a-7}{2} = -1, \quad \frac{a+7}{2} = b$$

$$\therefore a = 5, \quad b = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

2. 연속하는 세 홀수 a, b, c 는 $20 < (a - c)^2 + b < 22$ 을 만족한다고 한다. $2a - b + c$ 의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

a, b, c 가 연속하는 세 홀수이므로 $a - c = -4$,

$$20 < (-4)^2 + b < 22$$

$$20 < 16 + b < 22$$

$$4 < b < 6$$

따라서, b 값은 5가 되고 연속하는 세 홀수는 3, 5, 7이다.

$$\therefore 2a - b + c = 6 - 5 + 7 = 8$$

3. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20 - x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20 - x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x + 2000(20 - x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x + 2000(20 - x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나

타내면,
$$\begin{cases} 1600x + 2000(20 - x) > 34000 \\ 1600x + 2000(20 - x) < 35000 \end{cases}$$
 이므로 간단히 하면,

$$\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{50}{4} \end{cases}$$
 이다. 따라서 $\frac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\frac{25}{2} = 12.5$ 이므로,

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.
따라서 최대 14 개를 사야 한다.

4. 어떤 사다리꼴의 윗변의 길이는 밑변의 길이의 2 배보다 4 가 더 작고, 높이가 5 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하 일 때의 밑변의 길이의 범위는?

① $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$

② $\frac{10}{3} < x \leq \frac{16}{3}$

③ $\frac{10}{4} < x \leq \frac{16}{3}$

④ $\frac{10}{3} \leq x \leq 4$

⑤ $3 \leq x \leq \frac{16}{3}$

해설

밑변의 길이를 x 라고 하면 윗변의 길이는 $2x - 4$ 이다.

이를 이용하여 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타내면 $\frac{5}{2}(3x - 4)$ 이다.

사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하이므로,

$$15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \text{ 이다.}$$

이를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \\ \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \end{cases} \text{ 이고,}$$

$$\text{간단히 하면 } \begin{cases} x \geq \frac{10}{3} \\ x \leq \frac{16}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 밑변의 길이는 $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$ 이다.

5. 다각형의 내각의 합이 450° 이상 600° 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인가?

① 오각형

② 육각형

③ 칠각형

④ 팔각형

⑤ 구각형

해설

$$450^\circ \leq 180^\circ(n-2) \leq 600^\circ$$

$$450^\circ \leq 180^\circ n - 360^\circ \leq 600^\circ$$

$$810^\circ \leq 180^\circ n \leq 960^\circ$$

$$\frac{81}{18} \leq n \leq \frac{96}{18}$$

$$4.5 \leq n \leq 5.333 \dots$$

그러므로 $n = 5$

6. 8% 설탕물 100 g 이 있다. 이 설탕물에서 물을 증발시켜 농도를 15% 이상 20% 이하로 만들려고 한다. 이 때 증발시켜야 하는 물의 양이 아닌 것은?

- ① 45 g ② 48 g ③ 50 g ④ 55 g ⑤ 60 g

해설

8% 의 소금물 100 g 의 소금의 양은

$$\frac{8}{100} \times 100 = 8(\text{g}) \text{ 이다.}$$

따라서 물 x g 을 증발시켰을 때의 농도를 나타내면 $\frac{8}{100-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하 이므로,

$$15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \text{ 이고,}$$

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \\ \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \geq \frac{140}{3} \\ x \leq 60 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{140}{3} \leq x \leq 60$ 이다.

7. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$$5(x - 5) + 1 \leq 4x + 9 \leq 5(x - 5) + 5$$

$$5x - 24 \leq 4x + 9 \leq 5x - 20$$

$$x \leq 33, x \geq 29$$

$$\therefore 29 \leq x \leq 33$$

8. 규진이는 지금까지 본 세 번의 수학시험에서 각각 92 점, 83 점, 89 점을 받았다. 네 번까지 치른 시험점수의 평균이 85 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 네 번째 시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는지 구하여라. (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 76점

해설

$$85 \leq \frac{92 + 83 + 89 + x}{4} \leq 91$$

$$85 \times 4 \leq 92 + 83 + 89 + x \leq 91 \times 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 340 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 340 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 76 \\ x \leq 100 \end{cases}$$

$$\therefore 76 \leq x \leq 100$$

9. 부등식 $2|x - 3| \leq x$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

(i) $x < 3$ 일 때

$$2(-x + 3) \leq x, \quad -3x \leq -6 \quad \therefore x \geq 2$$

그런데 $x < 3$ 이므로 $2 \leq x < 3$

(ii) $x \geq 3$ 일 때

$$2(x - 3) \leq x \quad \therefore x \leq 6$$

그런데 $x \geq 3$ 이므로 $3 \leq x \leq 6$

(i), (ii)에서 $2 \leq x \leq 6$

$\therefore$ 정수의 개수는 $6 - 2 + 1 = 5$ (개)

10. 부등식 $|x - k| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 최댓값과 최솟값의 곱이 9일 때, 양수 k 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$|x - k| \leq 3 \text{에서 } -3 \leq x - k \leq 3,$$

$$-3 + k \leq x \leq 3 + k$$

따라서 x 의 최댓값은 $3 + k$,

최솟값은 $-3 + k$ 이므로

$$(-3 + k)(3 + k) = 9$$

$$k^2 - 9 = 9$$

$$k^2 = 18 \quad \therefore k = \pm 3\sqrt{2}$$

k 는 양수이므로 $3\sqrt{2}$

11. 십의 자리 숫자가 일의 자리 숫자의 두 배인 어떤 두 자리 자연수가 21보다 크고 60보다 작다고 한다. 처음 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

일의 자리 숫자를 x 라 하면 십의 자리 숫자는 $2x$ 이다.

즉, 이 두 자리 자연수는 $(10 \times 2x) + x = 21x$ 이다.

$$21 < 21x < 60$$

$$1 < x < \frac{20}{7}, \quad \frac{20}{7} = 2.857142 \dots$$

$$\therefore x = 2$$

처음 두 자리 자연수는 42 이다.

12. 1개에 1,000 원 하는 볼펜과 1 개에 2,000 원 하는 노트를 합쳐서 30 개를 사려고 한다. 노트를 볼펜보다 많이 사고 전체 금액이 54,000 원 이하가 되도록 하려고 한다. 노트를 최소 a 개, 최대 b 개 살 수 있다면, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 384$

해설

노트와 볼펜의 개수를 x 라고 놓으면 볼펜의 개수는 $30 - x$ 이다. 노트를 볼펜보다 많이 사게 되면 $x > 30 - x$ 이다.

볼펜과 노트를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $2000x + 1000(30 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 54,000 원 이하가 되어야 하기 때문에 $2000x + 1000(30 - x) \leq 54000$ 이다.

위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 30 - x \\ 2000x + 1000(30 - x) \leq 54000 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

$$\text{이를 간단히 하면 } \begin{cases} x > 15 \\ x \leq 24 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

따라서 $15 < x \leq 24$ 이다.

그러므로 노트는 최소로 16 개, 최대로 24 개 살 수 있다.

따라서 $a = 16$, $b = 24$ 이다.

$$\therefore 16 \times 24 = 384$$

13. 150 개의 배를 바구니에 담는데 한 바구니에 담을 때 10 개씩 담으면 배가 남게 되고, 11 개씩 담게 되면 마지막 바구니를 다 채우지 못한다. 이 때, 바구니의 개수는 몇 개인가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

문제에서 구하고자 하는 바구니의 개수를 x 라고 놓자.

10 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $10x$ 이고, 11 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $11x$ 이다. 그러나 배의 개수가 10 개씩 채운 개수보다 많고 11 개씩 채운 개수보다는 적으므로 이를 식으로 나타내면 $10x < 150 < 11x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면
$$\begin{cases} 10x < 150 \\ 11x > 150 \end{cases} \quad \text{이고, 간단히 하}$$

면,
$$\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{150}{11} \end{cases} \quad \text{이다. 이를 다시 나타내면 } \frac{150}{11} < x < 15 \text{ 이다.}$$

$\frac{150}{11} = 13.6363 \dots$ 이므로, 바구니의 개수는 14 개이다.

14. 4% 소금물 300 g 과 9% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 9% 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 450 g

해설

9%의 소금물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{4}{100} \times 300 + \frac{9}{100} \times x \geq \frac{7}{100} \times (300 + x)$$

$$1200 + 9x \geq 2100 + 7x$$

$$9x - 7x \geq 2100 - 1200$$

$$\therefore x \geq 450$$

15. 소포를 보내려고 하는데 한 상자의 제한무게가 10kg 이라고 한다. 상품 A, B, C 의 개수가 모두 합해서 26 개이고, 중량이 각각 0.5kg, 1.2kg, 0.2kg 일 때, 한 상자에 담으면 제한무게에 딱 맞게 채워진다고 한다. 상품 C 의 개수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

상품 A, B, C 의 개수를 각각 x , y , z 개라 하면

$$x + y + z = 26$$

$$0.5x + 1.2y + 0.2z = 10$$

두 식을 연립하여 x 와 y 를 각각 z 로 나타내면

$$x = \frac{2(106 - 5z)}{7}, y = \frac{3(z - 10)}{7}$$

그런데 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$ 이고,

x, y, z 는 자연수이므로

$$\frac{2(106 - 5z)}{7} \geq 1, \frac{3(z - 10)}{7} \geq 1 \text{ 에서}$$

z 는 $\frac{37}{3} \leq z \leq \frac{41}{2}$ 인 자연수이다.

따라서 상품 C 의 개수의 최솟값은 13 이다.

16. $n \leq x < n+1$ (단, n 은 정수)인 실수 x 에 대하여 $\langle x \rangle = n-2$, $\{x\} = n+2$ 로 정한다. $1 \leq x < 2$, $3 \leq y < 4$ 일 때, $\langle x+y \rangle + \{x-y\}$ 가 나타낼 수 있는 정수들의 총합을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$1 \leq x < 2$, $3 \leq y < 4$ 에서

$4 \leq x+y < 6$, $-3 < x-y < -1$

그런데 $n \leq x < n+1$ 이므로 조건에 맞게 범위를 나누어 값을 구해보면

$4 \leq x+y < 5$ 에서 $\langle x+y \rangle = 2$

$5 \leq x+y < 6$ 에서 $\langle x+y \rangle = 3$

$-3 < x-y < -2$ 에서 $\{x-y\}$ 은 정의되지 않는다.

$-2 \leq x-y < -1$ 에서 $\{x-y\} = 0$

$\therefore \langle x+y \rangle + \{x-y\} = 0 + 2 + 3$

$\therefore$ 정수들의 총합은 5