

1. 288 을 어떤 수  $x$  로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수  $x$  를 구하면?

① 2      ② 3      ③ 4      ④ 6      ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$   
가장 작은 자연수  $x$  는 2이다.

2.  $2^3 \times 3^2 \times 5$  에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3      ② 5      ③  $3 \times 5$       ④  $5^2$       ⑤ 10

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5$   
곱해야할 가장 작은 자연수는  
 $2 \times 5 = 10$

3.  $240 \times a = b^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $a, b$  에 대하여  $b - a$  의 값은?

① 45      ② 60      ③ 75      ④ 90      ⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$  이므로  $a = 3 \times 5$   
 $2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$ ,  $b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$   
 $a = 15, b = 60$   
 $\therefore b - a = 45$

4.  $273^{100}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

- ① 1      ② 3      ③ 9      ④ 7      ⑤ 0

**해설**

$273^{100}$ 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 네 개의 숫자가 반복된다.

$273^{100}$ 의 지수인 100를 4로 나누면 25이므로

$273^{100}$ 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1이다.

5. 옛날부터 우리나라에는 십간(☉☉)과 십이지(☿☿☿)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

|      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 병    | 정    | 무    | 기    | 경    | 신    | 임    | 계    |
| 자    | 축    | 인    | 묘    | 진    | 사    | 오    | 미    |
| 병자   | 정축   | 무인   | 기묘   | 경진   | 신사   | 임오   | 계미   |
| 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 |
| 갑    | 을    | 병    | 정    | 무    | 기    | 경    |      |
| 신    | 유    | 술    | 해    | 자    | 축    | 인    |      |
| 갑신   | 을유   | 병술   | 정해   | 무자   | 기축   | 경인   |      |
| 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |      |

- ① 1830년                      ② 1890년                      ③ 1950년  
 ④ 2070년                      ⑤ 2110년

**해설**  
 십간(☉☉)의 10 가지와 십이지(☿☿☿)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010년이 경인년이면 1830년, 1890년, 1950년, 2070년도 경인년이다.

6. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉡, ㉣    ④ ㉡, ㉤    ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

7. 자연수  $a, b, c$  에 대하여  $5 \times a = 7 \times b = c^2$  을 만족하는  $c$  의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35      ② 70      ③ 105      ④ 140      ⑤ 180

**해설**

$5 \times a = 7 \times b = c^2$  에서

i)  $a = 5 \times 7^2, b = 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii)  $a = 2^2 \times 5 \times 7^2, b = 2^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii)  $a = 3^2 \times 5 \times 7^2, b = 3^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv)  $a = 4^2 \times 5 \times 7^2, b = 4^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서  $c$  의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

8.  $x$ 는  $2^5 \times 7^3$ 의 약수 중에서  $a^2$ 의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때,  $x$ 값의 개수는? (단,  $a$ 는 자연수)

① 2 개    ② 4 개    ③ 6 개    ④ 8 개    ⑤ 10 개

해설

$2^5 \times 7^3$ 의 약수 중 (자연수)<sup>2</sup>이 되는 수는  
 $1, 2^2, (2^2)^2, 7^2, (2 \times 7)^2, (2^2 \times 7)^2$   
∴ 6개이다.

9. 48 에 자연수  $x$  를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서  $x$  가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

① 2      ② 3      ③ 4      ④ 9      ⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가  $x$ 이고, 어떤 자연수를  $y$ 라 하면  $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

10.  $2 \times n$  이 어떤 자연수의 세제곱이고,  $\frac{n}{5}$  이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수  $n$  중에서 가장 작은 것은?

- ① 100      ② 200      ③ 300      ④ 400      ⑤ 500

**해설**

가장 작은 자연수  $n$  에서  $2 \times n$  이 세제곱이므로  $n$  은 적어도 2 가 두 번 곱해져 있고,  $\frac{n}{5}$  이 제곱이므로  $n$  은 5 가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

11. 432를 자연수  $x$ 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중  $x$ 의 값으로 알맞지 않은 것은?

- ① 3      ② 6      ③ 12      ④ 27      ⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘어야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는  $3 \times$  (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① 3  
②  $2 \times 3$   
③  $2^2 \times 3$   
④  $3^3$   
⑤  $2^4 \times 3$

12. 자연수  $a, b, c$  에 대하여  $5 \times a = 7 \times b = c^2$  을 만족하는  $c$  의 값으로 가능하지 않은 것은?

- ① 35      ② 70      ③ 105      ④ 140      ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$  에서

i)  $a = 5 \times 7^2, b = 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii)  $a = 2^2 \times 5 \times 7^2, b = 2^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii)  $a = 3^2 \times 5 \times 7^2, b = 3^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv)  $a = 4^2 \times 5 \times 7^2, b = 4^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서  $c$  의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

13.  $540 \times a = b^2$  일 때,  $a$ 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단,  $a, b$ 는 자연수)

- ① 24      ② 38      ③ 56      ④ 60      ⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$  이므로 곱할 수 있는 수는  $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.  
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는  $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,  
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는  $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

14. 120 에 자연수  $x$  를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.  
다음 중  $x$  의 값이 될 수 없는 것은?

- ①  $2 \times 3 \times 5$       ②  $2^3 \times 3 \times 5$       ③  $2 \times 3^3 \times 5$   
④  $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$       ⑤  $2^2 \times 3 \times 5$

**해설**

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$  로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.  
 $2^2 \times 3 \times 5$  은 2<sup>2</sup> 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

15. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024    ② 1280    ③ 1440    ④ 1680    ⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$  이라 하면

가장 작은  $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서  $n$  은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수  $n$  은 1680 이다.

16. 자연수  $x, y$  에 대하여  $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$  을 만족하는  $x$  의 값을 모두 구하면?

- ① 1, 4                      ② 4, 5                      ③ 5, 20  
④ 4, 5, 20                      ⑤ 1, 2, 4, 5, 20

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$  을 만족하는 자연수  $x$  는  $5 \times 2^2$  이다.

17.  $\frac{360}{n}$  이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수  $n$ 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$\frac{360}{n}$  이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5, n = 2 \times 3^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 5$  의 4 개이다.

18.  $\frac{72}{n}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수  $n$  은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2,$$

$\frac{72}{n}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$  의 4 개이다.

19. 어떤 자연수  $x$ 의 약수의 개수를  $R(x)$ 라 하고,  $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때,  $R(a)$ 의 값은?

- ㉠ 10      ㉡ 13      ㉢ 15      ㉣ 16      ㉤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$  이므로  $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$  이다.

$75 = 3 \times 5^2$  이므로  $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$  이다.

$\therefore 8 \times 6 = 48$

따라서  $48 = 2^4 \times 3$  이므로  $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$  이다.

20. 자연수  $a$ 의 약수의 개수를  $N(a)$ 로 나타낼 때  $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수  $a$  중에서 가장 작은 수를 구하면?

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 9      ⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4개인 가장 작은 자연수는

$$6 = 2 \times 3 \text{ 이다.}$$

21. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

①  $2^2 \times 3^3$

② 24

③  $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤  $3^4 \times 7^3$

해설

①  $(2+1) \times (3+1) = 12$  (개)

②  $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3+1) \times (1+1) = 8$  (개)

③  $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$  (개)

④  $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2+1) \times (3+1) = 12$  (개)

⑤  $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4+1) \times (3+1) = 5 \times 4 = 20$  (개)

22. 자연수  $a$  의 약수의 개수를  $f(a)$  이라 할 때,  $f(30) \times f(x) = 32$  를 만족시키는 가장 작은 자연수  $x$  의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$  로 소인수분해되므로  
 $f(30) = (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$  이다.  
 $f(30) \times f(x) = 32$ 에서  $f(x) = 4$   
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는  $2 \times 3 = 6$  이다.

23. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

- ① 12      ② 18      ③ 24      ④ 36      ⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$  이므로  
 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1)$  에서  $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

24. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

①  $5^8$

②  $2^2 \times 3^5$

③  $5^2 \times 11 \times 19$

④  $3^5 \times 5^2$

⑤  $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$  이므로 약수의 개수는  $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$  (개)이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $8 + 1 = 9$  (개)

②  $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$  (개)

③  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)

④  $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$  (개)

⑤  $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$  (개)