

1. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)

② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

(반례: $a > 0$, $b < 0$ 이면 $a > b$ 이지만 $ab < 0$ 이다.)

2. 연립부등식 $\begin{cases} 0.8 + 0.3x \leq -0.1 \\ \frac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$ 를 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

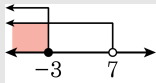
$$\begin{cases} 0.8 + 0.3x \leq -0.1 \\ \frac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 + 3x \leq -1 \\ x - 1 < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x < 7 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq -3$$

가장 큰 정수는 -3 이다.



3. 연립부등식 $\frac{x-1}{3} < x+3 \leq 0.1(x+3)$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

i) $\frac{x-1}{3} < x+3, \quad x > -5$

ii) $x+3 \leq 0.1(x+3), \quad x \leq -3$

i), ii)에 의하여 공통된 해의 범위는 $-5 < x \leq -3$ 이므로
만족하는 정수는 $-4, -3$ 의 2 개이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-1) + 2(x+5) < x-3 \\ 2.1x - 3.2 \geq 1.8x - 1.7 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(i) $3x - 3 + 2x + 10 < x - 3$ 에서 $4x < -10$, $x < -\frac{5}{2}$

(ii) $21x - 32 \geq 18x - 17$ 에서 $3x \geq 15$, $x \geq 5$

따라서 만족하는 정수의 갯수는 0이다.

5. 부등식 $bx + (a - b) < 0$ 의 해가 $x > 2$ 일 때, 부등식 $ax + 2a - b > 0$ 의 해를 구하면?

① $x > -1$

② $x < -1$

③ $x > -2$

④ $x < -2$

⑤ $x > -3$

해설

$bx + (a - b) < 0$ 의 해가 $x > 2$ 이려면

$b < 0$ ㉠

$\frac{b-a}{b} = 2$ ㉡

㉡에서 $b - a = 2b \therefore a = -b$

㉠에서 $b < 0$ 이므로 $a > 0$

$ax + 2a - b > 0$ 에서 $ax + 2a + a > 0 \therefore ax > -3a$

$a > 0$ 이므로 $x > -3$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 4 < 14 \\ 2x + 5 > -1 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{cases} 3x - 4 < 14 \\ 2x + 5 > -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x < 18 \\ 2x > -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 6 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 < x < 6$$

$$\therefore x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

7. 부등식 A 는 $\frac{1}{3}(x-2) \geq \frac{1}{2}(3-x) + x$ 이고, B 는 $\frac{1}{6}(10-x) \geq \frac{5}{3}$ 일 때,
다음 중 옳은 것은?

- ① 부등식 A 의 모든 해는 부등식 B 의 모든 해이다.
② A 와 B 의 공통해는 없다.
③ A 와 B 의 공통해는 B 이다.
④ A 와 B 를 합한 부분은 $x \geq 0$ 이다.
⑤ A 에서 B 를 제외하면 $x \geq -13$ 이다.

해설

$A : \frac{1}{3}(x-2) \geq \frac{1}{2}(3-x) + x$ 의 양변에 6을 곱하여 간단히 하면

$$2(x-2) \geq 3(3-x) + 6x$$

$$2x-4 \geq 9-3x+6x$$

$$x \leq -13$$

$B : \frac{1}{6}(10-x) \geq \frac{5}{3}$ 의 양변에 6을 곱하여 간단히 하면 $10-x \geq 10$

$$x \leq 0$$

A 가 $x \leq -13$ 이고, B 가 $x \leq 0$ 이므로

부등식 A 의 모든 해는 부등식 B 의 모든 해이다.

A 와 B 의 공통해는 $x \leq -13$ 이다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{5}{2}x - 3 < 2 \\ 7x + k < 8x + 1 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수가 3 개일 때, 정수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

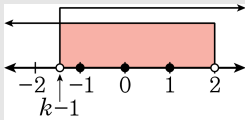
▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} \frac{5}{2}x - 3 < 2 \\ 7x + k < 8x + 1 \end{cases} \quad \text{에서}$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ x > k - 1 \end{cases}$$

두 식을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수가 3 개이려면 다음 그림과 같이 $-2 \leq k - 1 < -1$ 이어야 한다.



즉, $-1 \leq k < 0$ 이므로 정수 k 의 값은 -1 이다.

9. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $2 \leq f(1) \leq 4$, $0 \leq f(2) \leq 3$ 을 만족할 때, $f(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(1) = a + b, f(2) = 2a + b$$

$$f(3) = 3a + b \text{ 이므로 } f(3) = 2f(2) - f(1)$$

$$\text{조건에서 } 2 \leq f(1) \leq 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$0 \leq f(2) \leq 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠에서 각 변에 -1 을 곱하면

$$-4 \leq -f(1) \leq -2 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

㉡에서 각 변에 2 를 곱하면

$$0 \leq 2f(2) \leq 6 \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉣}}$$

$$\therefore -4 \leq f(3) \leq 4$$

따라서, $f(3)$ 의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.

10. 세 부등식 A 가 $3(x-1) > 12 + 4(2x-5)$, B 가 $2(3-2x) < -x+10$, C 가 $2x+1 > a$ 이다. A 와 B 의 공통해에서 C 를 제외한 수는 존재하지 않을 때, a 의 값 중에서 가장 큰 정수는?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$3(x-1) > 12 + 4(2x-5)$ 를 풀면 $x < 1$

$2(3-2x) < -x+10$ 을 풀면 $-\frac{4}{3} < x$

A 와 B 의 공통해는 $-\frac{4}{3} < x < 1$

$2x+1 > a$ 를 풀면 $x > \frac{a-1}{2}$

C 를 제외한 수는 $x \leq \frac{a-1}{2}$ 이므로

A 와 B 의 공통해에서 C 를 제외한 수가 존재하지 않기 위해서

$\frac{a-1}{2} \leq -\frac{4}{3}$, $a \leq -\frac{5}{3}$ 가 되어야 한다.

$\therefore$ (가장 큰 정수) = -2

11. x 에 관한 부등식 $(a+2b)x+a-b < 0$ 의 해가 $x > 1$ 일 때, x 에 관한 부등식 $(a-b)x+2a-b > 0$ 을 풀면?

① $x > \frac{1}{3}$

② $x < \frac{1}{3}$

③ $x > -\frac{4}{3}$

④ $x < -\frac{4}{3}$

⑤ $x > \frac{7}{3}$

해설

$$a+2b < 0, \quad \frac{-(a-b)}{a+2b} = 1$$

$\therefore b = -2a$ 이므로

$$(a-b)x+2a-b = a(3x+4) > 0$$

$a > 0$ 을 이용하면

$$\therefore 3x+4 > 0 \quad \therefore x > -\frac{4}{3}$$

12. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{10-x}{4} \leq a \\ 4x-5 \leq x+1 \end{cases}$ 이 해를 가질 때, 정수 a 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{10-x}{4} \leq a, 10-4a \leq x$$

$$4x-5 \leq x+1, x \leq 2$$

연립부등식이 해를 갖기 위해서는

$$10-4a \leq 2$$

$$a \geq 2$$

$\therefore a$ 의 최솟값은 2

13. 부등식 $\begin{cases} x - 11 \geq 2x - 4 \\ a - x < 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수는?

① -3

② -4

③ -5

④ -6

⑤ -7

해설

$$\begin{cases} x - 11 \geq 2x - 4 \\ a - x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x > a - 1 \end{cases}$$

의 해가 없으므로 $a - 1 \geq -7$

$$\therefore a \geq -6$$

따라서 a 의 가장 작은 수 : -6 이다.