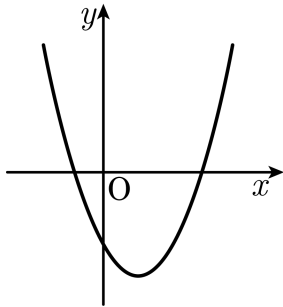


1. 이차함수 $y = ax^2 - 3x + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, c 의 부호는?

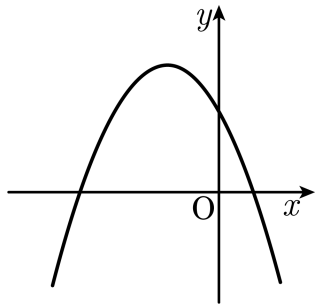


- ① $a > 0, c < 0$ ② $a > 0, c > 0$ ③ $a < 0, c > 0$
④ $a < 0, c < 0$ ⑤ $a > 0, c = 0$

해설

아래로 볼록한 그래프이므로 $a > 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

2. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a < 0, b > 0, c > 0$
③ $a > 0, b > 0, c < 0$ ④ $a < 0, b > 0, c < 0$
⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$
 $ab < 0$
 $\therefore b > 0$
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$

3. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : -5

해설

$y = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x + 1)^2 - 4$ 를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면

$$\begin{aligned} y &= 2(x + 1 + 3)^2 - 4 \\ &= 2(x + 4)^2 - 4 \\ &= 2x^2 + 16x + 28 \end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

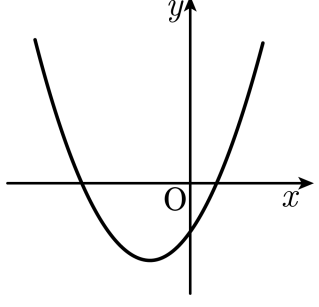
$$2a^2 + 16a + 28 = -2$$

$$a^2 + 8a + 15 = 0$$

$$(a + 3)(a + 5) = 0$$

$$a = -3 \text{ 또는 } a = -5$$

4. 이차함수 $y = ax^2 - bx - 2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



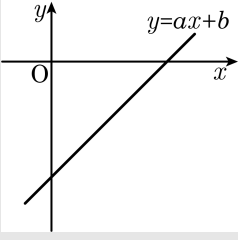
- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
④ 제4 사분면 ⑤ 없다.

해설

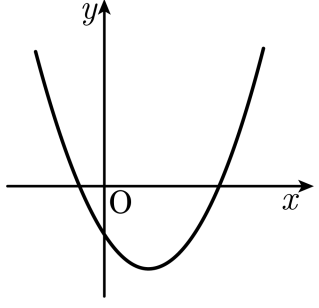
아래로 볼록이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

$y = ax + b$ 에서 기울기 $a > 0$, y 절편 $b < 0$ 이므로 제2 사분면을 지나지 않는다.



5. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?

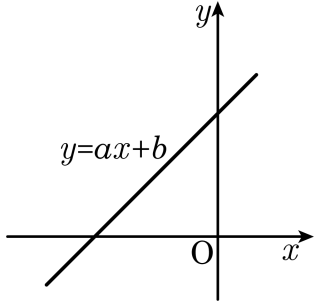


- ① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

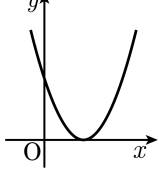
해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

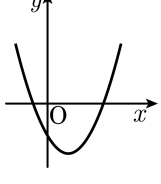
6. 다음 보기는 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = bx^2 - ax - ab$ 의 그래프는?



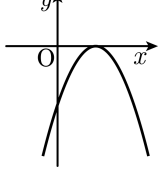
①



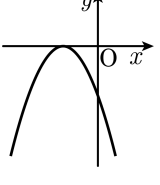
②



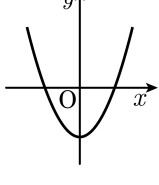
③



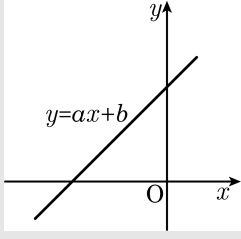
④



⑤



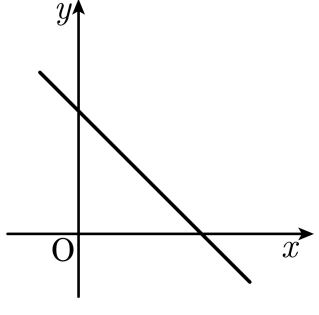
해설



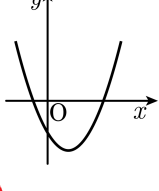
의 그래프는 오른쪽 위로 향하므로 기울

기도 양수이고 y 절편이 양수이다.
따라서 $a > 0$, $b > 0$ 이므로 $y = bx^2 - ax - ab$ 에서 $b > 0$ 이므로
아래로 볼록하고,
 $\frac{a}{b} > 0$ 이므로 축이 y 축의 오른쪽에 있고, $-ab < 0$ 이므로 y
절편이 음수인 그래프이다.

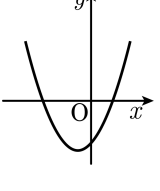
7. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



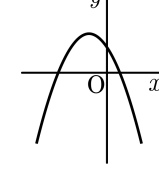
①



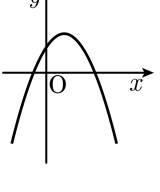
②



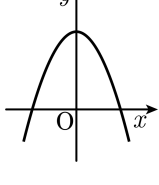
③



④



⑤



해설

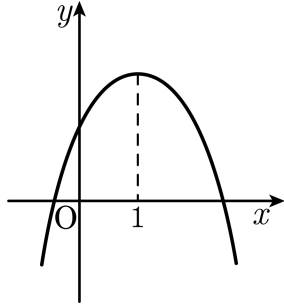
기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼쪽에 있다.

8. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a, b, a + b + 1$ 의 부호로 바른 것은?

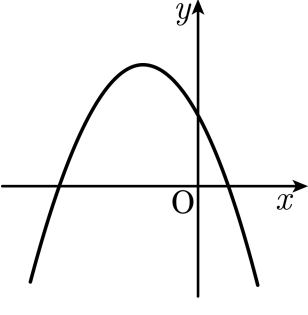


- ① $a > 0, b < 0, a + b + 1 > 0$
- ② $a > 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
- ③ $a < 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
- ④ $a < 0, b > 0, a + b + 1 < 0$
- ⑤ $a < 0, b > 0, a + b + 1 > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 $x = 1$ 일 때, $a + b + 1 > 0$ 이다.

9. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳은 것은?



- ① $a > 0$
- ② $b > 0$
- ③ $ab < 0$
- ④ $c > 0$
- ⑤ $abc < 0$

해설

위로 볼록 $a < 0$
축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0, b < 0$
 y 절편 $c > 0$
따라서 $abc > 0$ 이다.

10. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프가 제 3사분면 위의 점 $(a, 3a)$ 를 지날 때, $2a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ -4 ④ 4 ⑤ -2

해설

$$3a = -2a^2, 2a \left(a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점 $(a, 3a)$ 가 제 3 사분면 위의 점이므로 $2a = 2 \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -3$ 이다.

11. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 포물선의 폭이 넓은 순서대로 나열 하여라.

보기

㉠ $y = 4x^2$

㉡ $y = -\frac{5}{2}x^2$

㉢ $y = -\frac{4}{3}x^2$

㉣ $y = \frac{1}{4}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉠

해설

a 의 절댓값이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $\frac{1}{4} < \frac{4}{3} < \frac{5}{2} < 4$ 이므로 ㉣,㉢,㉡,㉠순으로 폭이 넓다.

12. 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, b)$ 가 된다. 상수 a, b 의 차 $a-b$ 의 값을 구하면?

① -4 ② 2 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$y = \frac{2}{3}(x-4-a)^2 + 5-3$ 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(4+a, 2)$ 이다.

따라서 $4+a=2$, $a=-2$, $b=2$ 이다.

$\therefore a-b = (-2)-2 = -4$

13. 이차함수 $y = 3x^2 + 3x - 1$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 3x - 1 = 3(x^2 + x) - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{4}\end{aligned}$$

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{7}{4}$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{7}{4}$$

$$\therefore p + q = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{9}{4}$$

14. 포물선 $y = x^2 + 7x + 10$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A , B 라 할 때, AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = x^2 + 7x + 10$ 의 그래프와 x 축과의 교점은

$x^2 + 7x + 10 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

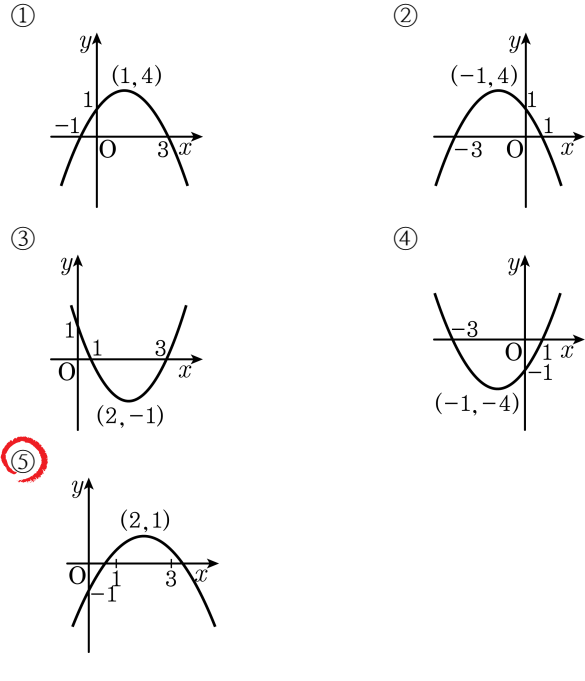
$$(x + 2)(x + 5) = 0$$

$$x = -2 \text{ 또는 } x = -5$$

$$A(-2, 0), B(-5, 0)$$

$$\therefore \overline{AB} = 3$$

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프는?



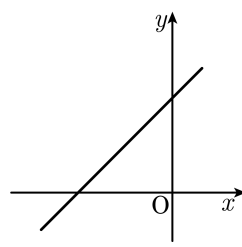
해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1$
꼭짓점의 좌표 : (2, 1), y 축과의 교점 : (0, -1)($\because x = 0$ 대입, $y = -1$)

16. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

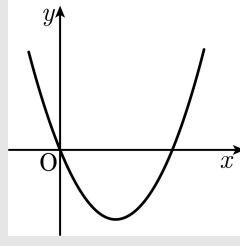
- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면

⑤ 제 4 사분면

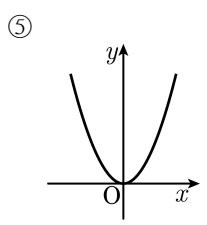
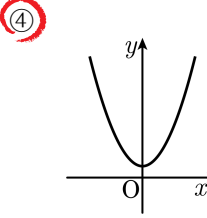
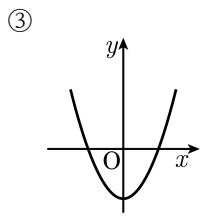
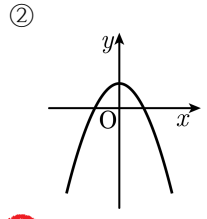
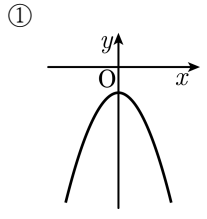
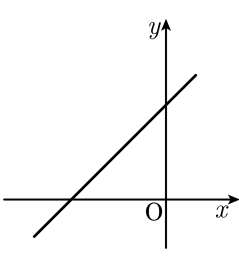


해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



17. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 y 축의 위에 있다.

18. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행 이동하면 점 $(k, 6)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

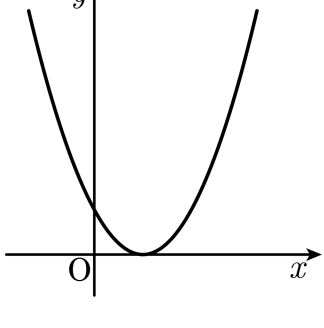
▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 $(k, 6)$ 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

19. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



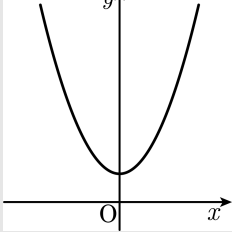
- ① 제1, 2 사분면

② 제3, 4 사분면
- ③ 제1, 2, 4 사분면

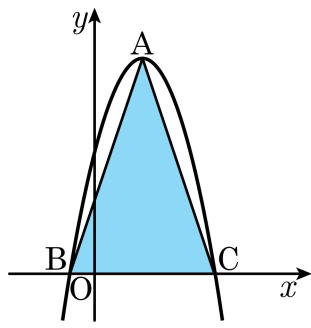
④ 제2, 3, 4 사분면
- ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0, p > 0, q = 0$ 이다.
 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



20. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 두 점 B 와 C 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

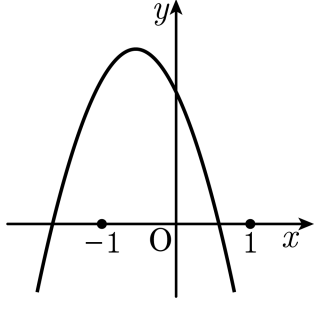


- ① 15 ② 21 ③ 27 ④ 33 ⑤ 39

해설

$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x - 2)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 A (2, 9)
 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x + 5$, $x^2 - 4x - 5 = 0 (x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$
따라서 두 점 B, C 의 좌표는 B (-1, 0), C (5, 0) 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?

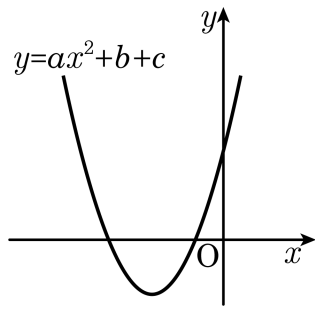


- ① $a > 0$
- ② $b < 0$
- ③ $c < 0$
- ④ $a + b + c > 0$
- ⑤ $a - b + c < 0$

해설

- ① 위로 볼록하므로 $a < 0$
- ② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 따라서 $b < 0$ 이다.
- ③ y 절편이 양수이므로 $c > 0$
- ④ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c < 0$
- ⑤ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c > 0$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ☒ ① $a + b + c > 0$
 ☐ ② $a < 0$
 ☒ ③ $b > 0$
☐ ④ $c < 0$
☐ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

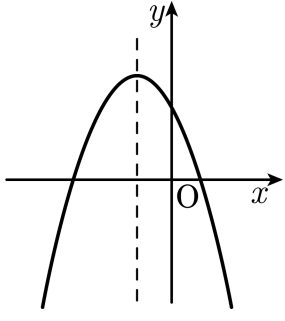
y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
 ④ 제4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

$$a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0 \text{ 에서 } b < 0 \therefore a < 0, b < 0, c > 0$$

$y = cx^2 + ax + b$ 에서

(1) $c > 0$ 이므로 아래로 볼록

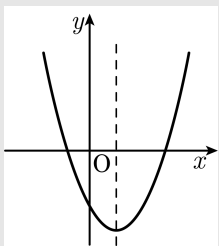
(2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면

$$\begin{aligned} y &= c \left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2} \right) + b \\ &= c \left(x + \frac{a}{2c} \right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b \end{aligned}$$

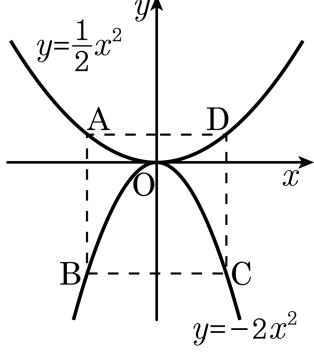
$$\text{즉 : } -\frac{a}{2c} > 0$$

(3) y 절편 : $b < 0$

따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.



24. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$ 의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D 가 있다. 이 때, □ABCD 는 정사각형일 때, 점 A 의 y 좌표는?



- ① $\frac{2}{25}$
- ② $\frac{4}{25}$
- ③ $\frac{6}{25}$
- ④ $\frac{8}{25}$
- ⑤ $\frac{11}{25}$

해설

점 A 의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라고 하면 $B(a, -2a^2)$,
 $D\left(-a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AB}$ 이므로
 $2a = \left\{\frac{1}{2}a^2 - (-2a^2)\right\}$, $a = \frac{4}{5}$ ($\because a \neq 0$) 이다.
따라서 점 A 의 y 좌표는 $\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{25}$ 이다.

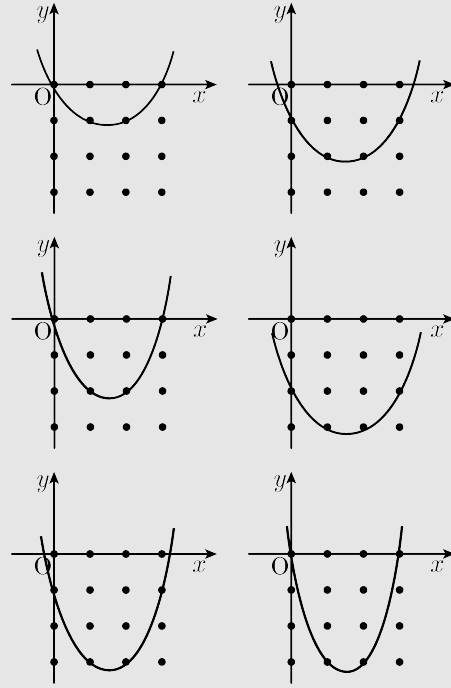
25. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$, $-\frac{7}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x , y 좌표가 모두 정수인 점 중 원점을 포함한 4개의 점을 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2, 3이고
 y 좌표가 될 수 있는 정수는 -3, -2, -1, 0이다.
 포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 6개를
 그릴 수 있다.



포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 6개의 포물선을 그릴 수 있다.
따라서 구하는 포물선의 개수는 12개이다.