

1. x 의 범위가 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① -2

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2(x - 1)^2 + 3$$

$\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 3

2. $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ -16

해설

$$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0 \text{이므로}$$

두 허근 α, β 는

각각 $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$$

3. $|x|(2+3i)+2|y|(1-2i)=6-5i$ 를 만족하는 실수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 꼭짓점으로 하는 다각형의 넓이는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$(2|x|+2|y|)+(3|x|-4|y|)i=6-5i$$

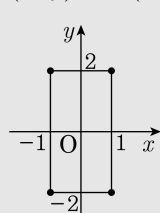
복소수의 상등에 의하여

$$|x|+|y|=3, 3|x|-4|y|=-5$$

두 식을 연립하면

$$|x|=1, |y|=2$$

$$(x, y) \rightarrow (1, 2), (1, -2), (-1, 2), (-1, -2)$$



$$\therefore \text{직사각형의 넓이} = 2 \times 4 = 8$$

4. $z^2 = \sqrt{5} + i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$z = x + yi$ (x, y 는 실수)로 놓으면 $(x + yi)^2 = \sqrt{5} + i$
 $x^2 - y^2 + 2xyi = \sqrt{5} + i$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $x^2 - y^2 = \sqrt{5}, 2xy = 1$
 $z\bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$ 이므로
 $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2 = (\sqrt{5})^2 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6$
 $x^2 + y^2 > 0$ 이므로 $x^2 + y^2 = \sqrt{6}$
 $\therefore z\bar{z} = \sqrt{6}$

해설

$z^2 = \sqrt{5} + i, \bar{z}^2 = \sqrt{5} - i$
 $z^2\bar{z}^2 = (\sqrt{5} + i)(\sqrt{5} - i) = 6$
 $z\bar{z} = \pm\sqrt{6}$
 $z\bar{z} \geq 0$ 이므로 $z\bar{z} = \sqrt{6}$

5. 지상에서 초속 50m 로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이 y m 는 $y = -5x^2 + 50x$ 이다. 물체가 125m 에 올라갔을 때, 물체를 던진 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5초 후

해설

$y = -5x^2 + 50x = -5(x^2 - 10x + 25) + 125$ 물체가 125 m 에 올라갔을 때 $125 = -5(x - 5)^2 + 125$

$x = 5$

따라서 던진지 5초 후에 125 m가 된다.

6. 연립방정식 $\begin{cases} xy + x + y = 5 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x + y = u, xy = v$ 라 하면

$$\begin{cases} u + v = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ u^2 - v = 7 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면

$$u^2 - (5 - u) = 7$$

$$u^2 + u - 12 = 0$$

$$(u + 4)(u - 3) = 0$$

$$\therefore u = -4 \text{ 또는 } u = 3$$

(i) $u = -4, v = 9$, 즉 $x + y = -4, xy = 9$ 일 때, x, y 는 $t^2 + 4t + 9 = 0$ 의 두 근이므로 $t = -2 \pm \sqrt{5}i$

따라서, $x = -2 \pm \sqrt{5}i, y = -2 \mp \sqrt{5}i$ 이므로 (복부호 동순)

$$(-2 + \sqrt{5}i, -2 - \sqrt{5}i), (-2 - \sqrt{5}i, -2 + \sqrt{5}i)$$

(ii) $u = 3, v = 2$, 즉 $x + y = 3, xy = 2$ 일때, x, y 는 $t^2 - 3t + 2 = 0$ 의 두 근이므로

$$(t - 1)(t - 2) = 0$$

$$\therefore t = 1 \text{ 또는 } t = 2$$

따라서, $x = 1, y = 2$ 또는 $x = 2, y = 1$ 이므로

$$(1, 2), (2, 1)$$

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는 4개이다

7. 실수 x, y 가 $2x^2 + y^2 = 4x$ 를 만족할 때 $x^2 + y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면, $M - m$ 의 값은 얼마인가?

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$y^2 = -2x^2 + 4x$ 를 $x^2 + y^2$ 에 대입하면

$$-x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4 \cdots \textcircled{1}$$

x, y 가 실수이므로

$$-2x^2 + 4x \geq 0 \rightarrow x(x-2) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 2 \cdots \textcircled{2}$$

② 의 범위에서 ①의 최대, 최소는

$x = 0$ 일 때 최솟값 0, $x = 2$ 일 때 최댓값 4 이다.

$$\therefore M - m = 4$$

8. 어느 공장에서 생산하는 제품은 50 개를 생산할 때까지는 개당 5000 원의 비용이 들어가고 51 개 부터는 생산량이 1 개씩 증가할 때마다 개당 10 원씩 추가로 감소한다. 예컨대 51 개, 52 개의 제품을 생산할 때의 생산 비용이 각각 개당 4990 원, 4980 원이다. 이 때 총 생산 비용이 최대가 될 때의 개당 생산 비용을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 2750 원

해설

생산량을 x 개라 하면

(1) $x \leq 50$ 일 때

$$(\text{총 생산 비용}) = 5000 \times x = 5000x$$

따라서 $x = 50$ 일 때, 총 생산 비용의 최댓값은 250000 원이다.

(2) $x > 50$ 일 때

$$(\text{개당 생산 비용}) = 5000 - 10(x - 50) - 10x + 5500$$

$$\begin{aligned}(\text{총 생산 비용}) &= (5500 - 10x)x \\ &= -10x^2 + 5500x \\ &= -10(x - 275)^2 + 756250\end{aligned}$$

따라서 $x = 275$ 일 때, 총 생산 비용의 최댓값은 756250 원이다.

(1), (2)에 의하면 생산량 275 개일 때, 총 생산 비용이 최대이다.

이 때, 개당 생산 비용은 2750 원이다.