

1. 1, 2, 3 으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27 개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.
- (가) 1 바로 다음에는 3 이다.
- (나) 2 바로 다음에는 1 또는 3 이다.
- (다) 3 바로 다음에는 1, 2 또는 3 이다.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 13가지

해설

조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332 ,333 이므로 13 가지이다.

2. ‘busan’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.
 $3! \times 2! = 12$

3. 다음은 서로 다른 n 개에서 서로 다른 r 개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

(i) n 개에서 특정한 1 개를 뺀 나머지에서 r 개를 꺼내어 배열한다.
(ii) n 개에서 특정한 1 개를 포함하여 r 개를 꺼내어 배열한다.
(i), (ii)는 배반이므로,
 $\therefore {}_nP_r = \boxed{(\text{가})} + \boxed{(\text{나})}$

위의 과정에서 $\boxed{(\text{가})}$, $\boxed{(\text{나})}$ 에 들어갈 알맞은 식은?

- ①

(가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$
- ②

(가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$
- ③

(가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$
- ④

(가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$
- ⑤

(가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i) 에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow (\text{가})$
(ii) 에서 특정한 1 개를 포함시켜 r 개를 꺼내려면
 $n - 1$ 개에서 $r - 1$ 개를 꺼내어 배열한 다음
 $({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1 개를 다시 이것들과 배열시키는 것을
 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow (\text{나})$

4. n 권의 책이 있다. (단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_nP_2$ 가지이므로
 ${}_nP_2 = 42$ 곧, $n(n-1) = 42 \quad \therefore (n+6)(n-7) = 0$
한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

6. 여섯 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열했을 때 a, b 가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

① 160 ② 180 ③ 200 ④ 400 ⑤ 480

해설

a, b, c, d, e, f 의 직순열의 경우의 수는 720 가지

a 와 b 가 이웃하도록 나열하는 방법

a, b 를 하나로 보면 전체가 5 개가 되고

a, b 의 자리바꿈하는 경우까지 생각하면

$5! \times 2! = 240$ (가지)

따라서 a, b 가 이웃하지 않는 경우의 수는

$720 - 240 = 480$ (가지)

7. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 네 개의 숫자를 써서 네 자리의 정수를 만들 때, 짝수는 몇 개인가?

- ① 96
- ② 114
- ③ 128
- ④ 144
- ⑤ 156

해설

$0 : {}_5P_3 = 60$

$2: 4 \times 4 \times 3 = 48$

$4: 4 \times 4 \times 3 = 48$

$$\therefore 60 + 48 \times 2 = 156$$

8. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 세 가지 숫자를 사용하여 만든 세 자리의 자연수 중 5의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36개

해설

- (i) 1의 자리가 0인 경우 : 100의 자리에 1, 2, 3, 4, 5의 5가지가 올 수 있고, 10의 자 리에는 100의 자리의 수를 제외한 4가지가 올 수 있다.
∴ $5 \times 4 = 20$ (가지)
 - (ii) 1의 자리가 5인 경우 : 100의 자리에 1, 2, 3, 4의 4가지가 올 수 있고, 10의 자리 에는 100의 자리의 수를 제외한 3가지와 0의 4가지가 올 수 있다.
∴ $4 \times 4 = 16$ (가지)
- (i), (ii)에서 $20 + 16 = 36$ (개)

9. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

10. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

- ① 12개 ② 16개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 30개

해설

23□□의 개수 : 2개

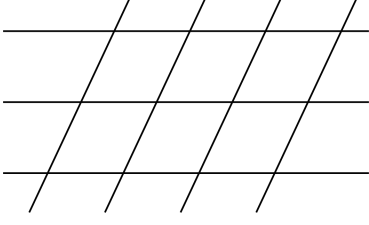
24□□의 개수 : 2개

3□□□의 개수 : 6개

4□□□의 개수 : 6개

∴ 2 + 2 + 6 + 6 = 16(개)

11. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



- ① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$$

12. n 명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 A 가 특정한 B 보다 항상 앞에 오도록 세우는 방법의 수는?

- ① $\frac{n!}{2}$
- ② $n!$
- ③ $(n-1)!$
- ④ $\frac{(n-1)!}{2}$
- ⑤ $2(n-1)!$

해설

특정한 A 가 특정한 B 보다 항상 앞에 오도록 세우기 위해서는 A 와 B 의 순서가 항상 고정되어 있어야 한다.

$\times \times A \times \cdots \times B \times \cdots \times$

즉, A 와 B 의 순서가 바뀔 수 없으므로 A, B 를 같은 A 로 놓고, 일렬로 나열하는

$\times \times A \times \cdots \times A \times \cdots \times$ 방법의 수를 구하는 것과 같다.

따라서, 특정한 A 가 특정한 B 보다 항상 앞에 오도록 세우는

방법의 수는 $\frac{n!}{2!} = \frac{n!}{2}$

13. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A 동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

① 160 ② 200 ③ 270 ④ 315 ⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.

전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}C_3$,

대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_3$ 이므로

구하는 경우의 수는

$$\begin{aligned} {}_{12}C_3 - {}_6C_3 &= \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} - \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \\ &= 220 - 20 = 200 \end{aligned}$$

14. 대각선의 개수가 44인 볼록 n 각형의 꼭짓점의 개수는?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

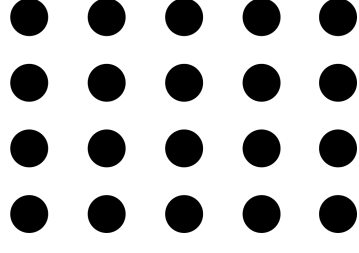
n 각형의 대각선 개수 : ${}_nC_2 - n = 44$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44$$

$$\Rightarrow n = 11$$

따라서 꼭짓점의 개수 : 11

15. 다음 그림과 같이 20개의 점이 똑같은 크기의 직사각형 모양을 이루고 있을 때, 이들 20개의 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1056 개

해설

총 삼각형의 개수는 20 개에서 3 개 택하는 경우의 수에서 3 개를 택했을 때 삼각형이 되지 않는 경우의 수를 빼는 가지 수이다.
삼각형이 되지 않는 경우의 수는
i) 일직선상에 있는 5 개의 점 중에서 3 개 택하는 경우의 수 : ${}_5C_3 \times 4 = 40$
ii) 일직선상에 있는 4 개의 점 중에서 3 개 택하는 경우의 수 : ${}_4C_3 \times 9 = 36$
iii) 일직선상에 있는 3 개의 점 중에서 3 개 택하는 경우의 수 ${}_3C_3 \times 8 = 8$
따라서 구하는 경우의 수는 ${}_{20}C_3 - (40 + 36 + 8) = 1056$

16. 6 명을 세 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 15

② 30

③ 60

④ 90

⑤ 180

해설

(i) 1, 2, 3 명으로 나누는 경우

$$: {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 = 60$$

(ii) 2, 2, 2 명으로 나누는 경우

$$: {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} = 15$$

(iii) 1, 1, 4 명으로 나누는 경우

$$: {}_6C_1 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = 15$$

(i), (ii), (iii) 에서 구하는 경우의 수는

$$60 + 15 + 15 = 90$$

17. 7 층짜리 건물의 1 층에서 7 명이 승강기를 함께 탄 후 7 층까지 올라가는 동안 3 개의 층에서 각각 2 명, 2 명, 3 명이 내리는 방법의 수는?

① 3150

② 6300

③ 9450

④ 12600

⑤ 15750

해설

먼저 내릴 3 개의 층을 선택하는 방법 :

$${}_6C_3 = 20$$

7 명을 2 명, 2 명, 3 명으로 나누어 3 개의 층에

$$\text{배열하는 방법 : } \Rightarrow {}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 630$$

$$\therefore 20 \times 630 = 12600$$

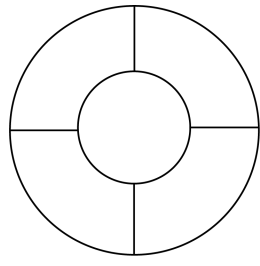
18. 10원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 1개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

10원짜리로 지불할 수 있는 금액은
0원, 10원, 20원
50원짜리로 지불할 수 있는 금액은
0원, 50원, 100원, 150원
100원짜리로 지불할 수 있는 금액은
0원, 100원
(1) 지불할 수 있는 방법의 수 : $3 \times 4 \times 2 - 1 = 23$
(2) 지불할 수 있는 금액의 수 : 50원짜리 2개로 지불하는 금액과 100원짜리 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 1개를 50원짜리 동전 2개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 5개의 지불방법의 수와 같다.
10원짜리 지불 방법 3가지
50원짜리 지불 방법 6가지
지불하지 않는 방법 1가지 $\therefore 3 \times 6 - 1 = 17$
 $\therefore a - b = 23 - 17 = 6$

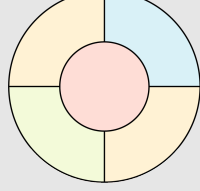
19. 다음의 원형 판에 서로 다른 4 가지의 색을 칠하려고 한다. 접한 부분은 서로 다른 색을 칠하고, 4 가지 색을 모두 사용한다고 할 때, 칠하는 방법의 수는? (단 회전해서 같은 모양이 나오면 같다고 생각한다.)



- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 24

해설

접한 곳은 다른 색을 칠하고 4 가지 색을 모두 사용하기 위해서는 서로 마주 보는 부분 1 쌍은 항상 같은 색이어야 한다.



또한 서로 다른 색인 마주보는 1 쌍은 서로 자리를 바꾸어도 같은 경우가 되므로, 가운데 부분부터 선택할 수 있는 각 색의 수는

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 12$$

∴ 12 가지

20. 똑같은 의자 20 개가 일렬로 배열되어 있다. 여기에 구별되지 않는 똑같은 공 8 개를 올려놓으려고 할 때, 이웃하는 공 사이에 홀수 개의 빈 의자가 있도록 하는 방법의 수는?(단, 한 의자에는 한 개의 공만 올려놓는다.)
- ① 45 ② 90 ③ 725
- ④ 62985 ⑤ 125970

해설

20 개의 의자에 1 번부터 20 번까지 번호를 부여했다고 하자. 만약 공 하나가 홀수번호인 의자에 놓였다면 홀수개의 빈 의자를 지나 다음 공이 놓이게 되므로 이 의자의 번호도 홀수이다. 마찬가지로 하나의 공이 짝수번호인 의자에 놓였다면 다음 공이 놓인 의자의 번호도 짝수이다.

즉 8 개의 공은 모두 홀수 번호의 의자에 놓이거나 모두 짝수 번호의 의자에 놓이게 된다.

따라서, 구하는 경우의 수는 10 개의 홀수 번 의자중 8 개를 택 하거나, 10 개의 짝수번 의자 중 8 개를 택하는 경우의 수이다.

$\therefore {}_{10}C_8 + {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 + {}_{10}C_2 = 90$

21. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

<i>S</i>	<i>M</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>T</i>	<i>F</i>	<i>S</i>
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원은 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

- ① 30
- ② 45
- ③ 60
- ④ 90
- ⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \text{ (가지)}$$

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \text{ (가지)}$$

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15 \times 6 \times 1 = 90$ (가지)