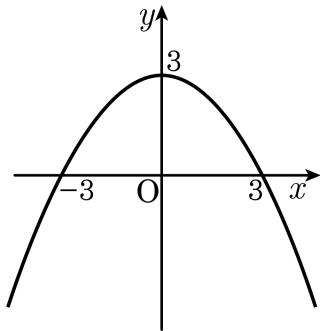


1. 다음의 그림과 같은 이차함수의 그래프의 식은?



① $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$

④ $y = \frac{1}{3}x^2 + 3$

⑤ $y = -x^2 + 3$

해설

$y = ax^2 + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 9a + 3, a = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것을 골라라.

$$\textcircled{\text{㉠}} y = 3x^2 - 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = -x^2 - 2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{1}{3}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = -5x^2 + \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} y = 5x^2$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\text{㉤}}$

해설

x^2 의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 큰 이차함수를 찾는다.

3. $y = \frac{3}{5}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(5, 3)$ 을 지난다. 이 때, q 의 값은?

① -10

② -11

③ -12

④ -13

⑤ -14

해설

$y = \frac{3}{5}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = \frac{3}{5}x^2 + q$ 이다.

$(5, 3)$ 을 대입하면 $3 = 15 + q$ 이므로 $q = -12$ 이다.

4. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축으로 2, y 축으로 -1 만큼 평행이동한 그래프를 A 라고 할 때, A 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ 이차함수 A 의 식은 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 이다.

㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$ 이다.

㉢ 그래프는 위로 볼록하다.

㉤ 그래프는 $(0, 1)$ 을 지난다.

㉥ 그래프는 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉢, ㉥

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

㉠ A 의 식은 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1$ 이다.

㉢ 아래로 볼록하다.

㉥ 꼭짓점이 $(2, -1)$ 이고, $(0, 1)$ 을 지나므로 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

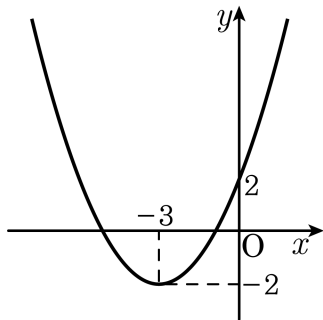
5. 이차함수 $y = 3x^2 + 2$, $y = 3(x-2)^2$ 의 그래프에 대해 설명한 것으로 옳은 것은?

- ① 대칭축이 서로 같다.
- ② 꼭짓점의 좌표가 같다.
- ③ $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
- ④ 모두 x 축과 만난다.
- ⑤ 점 $\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$ 을 지난다.

해설

$y = 3x^2 + 2$ 는 $y = 3x^2$ 을 y 축으로 2 만큼 평행이동한 것이고
 $y = 3(x-2)^2$ 은 $y = 3x^2$ 을 x 축으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

6. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$ 이고 그래프 모양이 다음 그림과 같은 이차함수의 식을 $y = a(x + p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{8}{3}$ ⑤ -3

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$ 이고 y 절편이 2 이므로 다른 한 점 $(0, 2)$ 를 지난다.

$$y = a(x + 3)^2 - 2 \text{ 에 } (0, 2) \text{ 를 대입하면 } 2 = 9a - 2, a = \frac{4}{9}$$

이므로 $y = \frac{4}{9}(x + 3)^2 - 2$ 인 식이 된다.

$$\text{따라서 } apq = \frac{4}{9} \times 3 \times (-2) = -\frac{8}{3} \text{ 이다.}$$

7. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동시켰더니 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 되었다. 이 때, apq 의 값은?

① 6

② -6

③ 8

④ 9

⑤ -9

해설

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 + 6$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, p = -3, q = 6$$

$$\therefore apq = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-3) \times 6 = 9$$

8. 다음 보기에 주어진 이차함수에 대하여 옳게 설명한 것은?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4$

㉡ $y = -2(x+3)^2 - 1$

㉢ $y = \frac{1}{4}x^2$

㉣ $y = -\frac{2}{3}(x-1)^2$

㉤ $y = x^2 + 3$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉠, ㉡, ㉤이다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉤이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠, ㉢, ㉤이다.
- ④ 폭이 가장 넓은 포물선은 ㉡이다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉠, ㉤이다.

해설

- ① x^2 의 계수가 양이면 아래로 볼록하다. 따라서 ㉢, ㉤이 아래로 볼록하다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선의 식은 $y = ax^2$ 의 꼴이다. 따라서 ㉢이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 포물선은 $y = ax^2$ 또는 $y = ax^2 + q$ 의 꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ (옳다)
- ④ x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로 ㉢의 폭이 가장 넓다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선은 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이므로 ㉡, ㉣이다.

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2

② $-\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

① $-\frac{3}{4}$

② -1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > \left| -\frac{1}{2} \right|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

11. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다.
- ㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉣ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉤ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 그래프를 y 축으로 -2 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이고 $\frac{1}{3} < 1$ 이므로 $y = x^2$ 그래프보다 폭이 넓다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

12. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$

② 13

③ $-\frac{11}{3}$

④ $\frac{13}{2}$

⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 } \left(1 - p, \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{이므로 } 1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 좌표가 점 } \left(-\frac{1}{2}, b\right) \text{ 를 지나므로 } b =$$

$$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$$

13. 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, b)$ 가 된다. 상수 a, b 의 차 $a-b$ 의 값을 구하면?

① -4

② 2

③ 0

④ 4

⑤ 5

해설

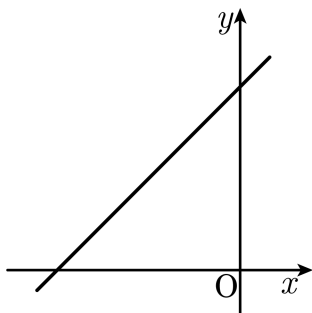
이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$y = \frac{2}{3}(x-4-a)^2 + 5-3$ 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(4+a, 2)$ 이다.

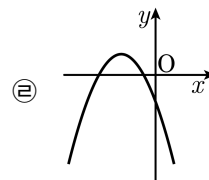
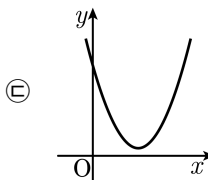
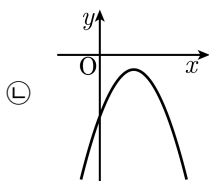
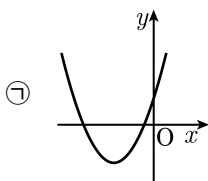
따라서 $4+a=2$, $a=-2$, $b=2$ 이다.

$\therefore a-b = (-2) - 2 = -4$

14. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로

꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

15. 다음은 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
- ② y 축에 대칭인 포물선이다.
- ③ 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ⑤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점은 $(0, 0)$
- ④ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$